

3^o

Relaciones y Álgebra

Educación virtual para estudiantes de tercer año de primaria

Proyecto **EVEPRIM 3**

Zuleyka Suárez Valdés-Ayala
Rebeca Solís Ortega
Carlos Monge Madriz
Ivonne Sánchez Fernández
Luis Gerardo Meza Cascante
Evelyn Agüero Calvo

Copyright©

Revista digital Matemática Educación e Internet (<https://tecdigital.tec.ac.cr/servicios/revistamatematica/>).

Correo Electrónico: rsolis@itcr.ac.cr

Escuela de Matemática

Instituto Tecnológico de Costa Rica

Apdo. 159-7050, Cartago

Teléfono (506)25502015

Suárez Valdés-Ayala, Z., Solís Ortega, R., Monge Madriz, C., Sánchez Fernández, I., Meza Cascante, L.G., Agüero Calvo, E.

Relaciones y Álgebra . Educación virtual para estudiantes de tercer año de primaria. 1ra ed.

- Escuela de Matemática, Instituto Tecnológico de Costa Rica. 2024.

ISBN Obra Independiente: 978-9930-617-51-9

- 1) Sucesiones.
- 2) Relaciones.
- 3) Representaciones.
- 4) Soluciones a las prácticas.
- 5) Activando conocimientos.

En este libro digital se incluyen enlaces a diferentes sitios web, los autores no se hacen responsables si el o los autores o administradores del sitio referenciado eliminan, bloquean o modifican el contenido de la página.

Las imágenes que se utilizan en este libro digital son de uso libre y gratuito (excepto cuando se indique lo contrario) diseñadas por [@Freepik](#) y [Vecteezy.com](#).



Este libro se distribuye bajo la licencia Creative Commons: Atribución-NoComercial-SinDerivadas CC BY-NC-ND (la "Licencia"). Usted puede utilizar este archivo de conformidad con la Licencia. Usted puede obtener una copia de la Licencia en <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/>. En particular, esta licencia permite copiado y distribución gratuita, pero no permite venta ni modificaciones de este material.

Límite de responsabilidad y exención de garantía: El autor o los autores han hecho su mejor esfuerzo en la preparación de este material. Esta edición se proporciona "tal cual". Se distribuye gratuitamente con la esperanza de que sea útil, pero sin ninguna garantía expresa o implícita respecto a la exactitud o completitud del contenido.

La Revista digital Matemáticas, Educación e Internet es una publicación electrónica. El material publicado en ella expresa la opinión de sus autores y no necesariamente la opinión de la revista ni la del Instituto Tecnológico de Costa Rica.

Agradecimientos

A la Vicerrectoría de Investigación y Extensión del Instituto Tecnológico de Costa Rica.

Al asesor nacional de matemática de primer y segundo ciclo del Ministerio de Educación Pública Hermes Mena Picado, que tuvo la gentileza de dar soporte logístico y acompañamiento durante el proceso de creación de los materiales.

A los docentes de primaria participantes: Alejandra González Vega, Blanca Solís Marín, Jeimy Tencio Quesada, Karla Chinchilla Jiménez, María del Milagro Rodríguez López y Marisela Coto Quesada, por sus valiosos aportes para mejorar este material.

Al profesor Adolfo Alejandro Monge Zamora del Liceo Los Lagos, por sus útiles comentarios y sugerencias.

A los estudiantes Nancy Hidalgo Gutiérrez, José Manuel Sandoval Salazar, Pedro Romero Leiva y Hailander Valverde Valverde por la ayuda al editar este libro y desarrollar materiales afines.

Prefacio

La Escuela de Matemática del Instituto Tecnológico de Costa Rica, por medio de su proyecto *Educación virtual para estudiantes de tercer año de primaria (Eveprim3)*, pretende contribuir a la formación académica de los estudiantes de tercer año de primaria y a la vez ofrecer un recurso para padres y maestros de esta población. Para ello, se han considerado las habilidades contempladas en el programa de estudios vigente, en la asignatura de Matemática, según el Ministerio de Educación Pública de Costa Rica.

El equipo de Eveprim3, les insta a revisar con atención todo el material a su disposición, ya que el mismo ha sido elaborado con el fin de colaborar en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.

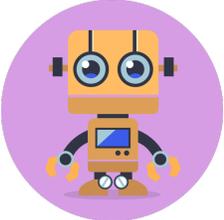
Este libro contiene cinco capítulos, en cada uno de ellos encontrará aspectos teóricos, ejemplos, ejercicios con solución, problemas introductorios, videos explicativos y actividades interactivas de la web. Se le recomienda hacer una lectura a profundidad, reflexionando y analizando cada uno de los ejemplos, ejercicios y problemas propuestos.

Procure no avanzar en los temas hasta que considere que ya asimiló la información. Para su autoevaluación puede apoyarse en las prácticas que aparecen al final de cada capítulo y su respectiva solución. Con el fin de que la lectura de este libro le permita detenerse en contenidos particulares, se ofrecen algunas secciones con información adicional.

A lo largo de este libro se utilizan una serie de imágenes y símbolos para representar secciones determinadas. A continuación, se presentan los significados de las mismas.

Símbolo	Sección	Descripción
	Activación de conocimientos	Al hacer clic sobre la imagen, tendrá acceso a un apartado del libro que contiene aspectos teóricos y ejemplos de contenidos estudiados en años anteriores. Estos son necesarios para la correcta asimilación de los nuevos aprendizajes.

Símbolo	Sección	Descripción
	Recuerda que...	Muestra contenidos previos que son necesarios para los aprendizajes.
	Para saber más...	Encontrará información o ejercicios de un nivel más avanzado.
	Sabías que...	<p>Contiene aspectos que permiten relacionar a la matemática con hechos históricos, aplicaciones a situaciones del entorno, curiosidades, entre otros.</p> <p>Al dar clic, tendrá acceso a materiales audiovisuales diseñados exclusivamente como complemento de este libro. Según su objetivo se clasifican en:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Introducción de contenidos. ■ Refuerzo de aspectos teóricos. ■ Solución de ejercicios y problemas, paso a paso. <p>Se recomienda abrir estos enlaces en una nueva pestaña para evitar retornar al inicio del libro.</p>
	Videos	

Símbolo	Sección	Descripción
	Práctica	<p>Serie de ejercicios y problemas que se incluyen al final de cada capítulo. Todas las prácticas propuestas contienen su respectiva solución. Hay ejercicios que enlazan a su solución en video o a alguna aplicación interactiva de la web. Para dirigirse a la solución respectiva de un ejercicio haga clic sobre el símbolo  y para regresar al enunciado del ejercicio haga clic sobre el símbolo .</p>
	Aplicaciones tecnológicas	<p>Al dar clic al enlace, lo dirigirá al material interactivo. Aplicaciones como Geogebra pueden ayudarle a fortalecer el aprendizaje o profundizar los conocimientos de una manera divertida. Se recomienda abrir estos enlaces en una nueva pestaña para evitar retornar al inicio del libro.</p>

Índice general

1	SUCESIONES	PÁGINA 2
1.1	Patrones	2
1.2	Identificar sucesiones ascendentes o descendentes	8
1.2.1	Ordenar números de forma ascendente o descendente	8
1.2.2	Construir sucesiones ascendentes y descendentes	11
1.2.3	Determinar los términos desconocidos de una sucesión que obedecen a un patrón dado de formación	16
1.2.4	Plantear y resolver problemas aplicando sucesiones y patrones	20
1.3	Práctica: sucesiones	24
2	RELACIONES	PÁGINA 27
2.1	Tablas	27
2.2	Plantear y resolver problemas que involucran valores faltantes en una tabla o expresión matemática	31
2.3	Práctica: relaciones	39
3	REPRESENTACIONES	PÁGINA 43
3.1	Representar sumas y restas en la recta numérica	43
3.2	Práctica: representaciones	47
4	SOLUCIONES A LAS PRÁCTICAS	PÁGINA 48

5

ACTIVANDO CONOCIMIENTOS

PÁGINA 65

5.1	Patrones	65
5.2	Sucesiones	66
5.3	Representar números en la recta numérica	69

Sucesiones

1.1 Patrones

Activación de conocimientos



Para esta sección necesita recordar el tema de patrones. Si quiere repasar este tema, presione sobre la imagen.

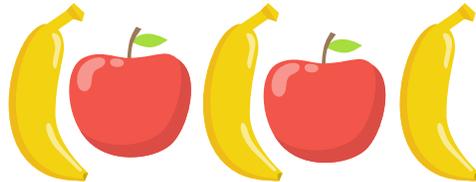
Analice

Para el desayuno en un comedor estudiantil, a cada estudiante le corresponde un banano y una manzana. Para que sea más fácil repartir las frutas, las personas encargadas las acomodan de la siguiente manera:



Si ellas siguen ese patrón, ¿cuál sería la siguiente fruta?

Solución: Al observar esa secuencia, puede notar que se inicia con un banano y luego le sigue una manzana, inmediatamente sigue otro banano y luego, nuevamente una manzana y así sucesivamente. Por tanto, de mantenerse el patrón de la figura, lo que sigue es un banano, tal y como se observa a continuación:



En este problema, se tiene una sucesión. A continuación, se define este concepto.

Definición 1.1

Sucesión: una sucesión es un conjunto ordenado de números o figuras.

Estudie un par de ejemplos sobre este tema:

Ejemplo 1.1

Analice la siguiente secuencia de imágenes e indique si esta constituye una sucesión o no.



Solución: En la figura anterior, puede observar que aparece primero un pollo, luego aparece un cerdo, seguidamente una vaca y de nuevo un pollo y nuevamente una vaca. Esto nos indica que algo falló en la sucesión, pues la secuencia no es la misma. Si desea arreglar la secuencia para que siga un patrón determinado, puede poner un cerdo en medio del pollo y la vaca. Así tendría:



Ahora bien, si continuara dicha secuencia, ¿qué animal seguiría?

Al analizar la secuencia se tiene:

pollo - cerdo - cerdo - pollo - cerdo - _____ - _____

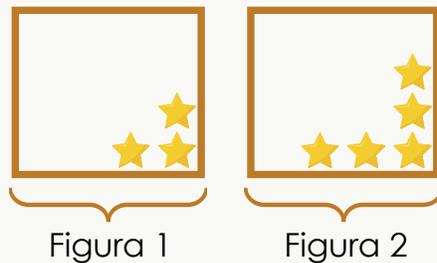
Así, para que se mantenga el patrón, debería seguir otro cerdo y luego un pollo, tal y como se muestra a continuación:



A continuación, se analiza otro ejemplo:

Ejemplo 1.2

Considere la siguiente secuencia:

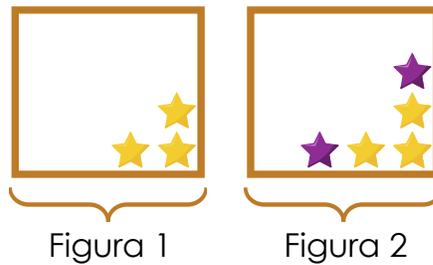


En caso de mantenerse el patrón, responda las siguientes preguntas:

- a) ¿Cómo determinar las figuras siguientes?
- b) ¿Cuántas estrellas tendrá la figura 4?
- c) ¿Cuántas estrellas tendrá la figura 6?

Solución:

- a) Para saber cuáles figuras deben seguir, se debe buscar y analizar algún “cambio” entre la primera y la segunda figura. Para esto, observe las estrellas que se agregan en la figura 2 y que son de otro color.



Puede observar que entre la primera y la segunda figura, se agregó una estrella en la fila y una estrella en la columna.

Si quiere agregar una tercera figura, debe copiar la segunda figura y seguir el patrón, o sea, debe agregar una estrella nueva a la fila y otra a la columna.

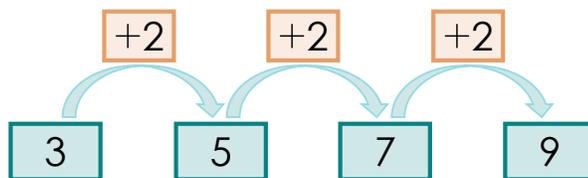
Así, la secuencia resultante se muestra a continuación:



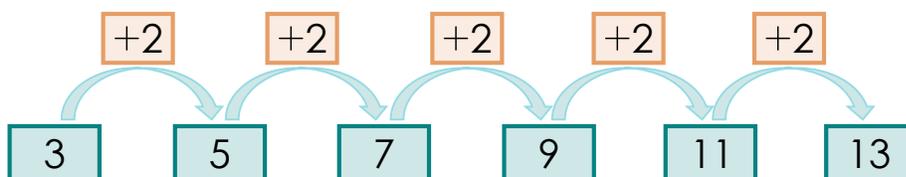
Por tanto, la secuencia, con una cuarta figura, quedaría de la siguiente manera:



b) Se puede observar que la figura 4 tendrá nueve estrellas. Note que la cantidad de estrellas entre cada figura va aumentando en dos. Esto lo puede observar en la siguiente imagen:



c) Para saber la cantidad de estrellas que tendrá la figura 6, se debe seguir el patrón de sumar 2 a la cantidad de estrellas de la figura anterior. Así, se tiene:



Por lo tanto, la figura 6 tendrá 13 estrellas.

Sabías que...



En la naturaleza es muy común encontrar patrones. Los puede hallar en plantas y animales. Piense en otros lugares donde reconozca un patrón.



Figura 1.1: Nota. Nature sequence. (Fotografía) por Lenin Luna, 2014. Flickr. <https://www.flickr.com/photos/elcontinenteperdido/15813075172/>. CC BY-NC-ND 2.0



Figura 1.2: Nota. Leopard. (Fotografía) por Frik Erasmus, 2012. Flickr. https://www.flickr.com/photos/frik_erasmus/7988343352/. CC BY-NC-ND 2.0

Sabías que...



Los patrones se pueden encontrar en la arquitectura. A continuación, observe un ejemplo de esto: la mayor estructura de madera del mundo: Las Setas de Sevilla. Puede encontrar más información de esta estructura en el sitio web: <https://setasdesevilla.com/>



Figura 1.3: Nota. Setas de Sevilla. (Fotografía) por Fraganda, 2019. Flickr. <https://www.flickr.com/photos/fraganda/50771774083/>.CC BY-SA 2.0

Sabías que...



Los patrones son una herramienta necesaria en el desarrollo del pensamiento matemático. Reconocer patrones matemáticos le ayudará a identificarlos en otras áreas como el arte y la música. Para más información, en este [enlace](#) puede ver patrones en la música.

Para saber más...



En este [video](#), podrá encontrar un ejemplo avanzado, sobre como encontrar una fórmula para generalizar un patrón. Este es un conocimiento que trabajará a profundidad en en II Ciclo de la Educación General Básica.

1.2 Identificar sucesiones ascendentes o descendentes

Activación de conocimientos



Repase los conocimientos previos de este tema en esta sección. Solo presione sobre la imagen.

Recuerde



Ordenar números de forma ascendente: ordenar números de menor a mayor. números de mayor a menor.

En esta sección, se estudiarán sucesiones que no contienen figuras, sino números. Para poder entenderlas de forma adecuada, primero debe ver la sucesión y analizar si los números aumentan o disminuyen. Si los números aumentan, es una sucesión ascendente y si los números disminuyen, es una sucesión descendente.

1.2.1 Ordenar números de forma ascendente o descendente

Analice

Considere los siguientes números:



Ordénelos de forma ascendente y luego de forma descendente.

Solución:

- Al ordenar los números de forma **ascendente**, debe analizar sus valores numéricos y ordenarlos de menor a mayor, así tiene que:



Puede saber que está correcto, pues al comparar sus valores numéricos tiene que:

$$175 < 275 < 375 < 475 < 575$$

- Al ordenar los números de forma **descendente**, debe analizar sus valores numéricos y ordenarlos de mayor a menor, así tiene que:



Puede saber que está correcto, pues al comparar sus valores numéricos tiene que:

$$575 > 475 > 375 > 275 > 175$$

No todos los números que quiera ordenar de forma ascendente o descendente deben formar un patrón. Para esto, analice el siguiente ejemplo, donde se estudian las alturas de algunos volcanes de Costa Rica.

Ejemplo 1.3

En la siguiente tabla se muestran algunos volcanes de Costa Rica y su respectiva altura:

Volcán	Altitud (en metros)
Arenal	1 670
Barva	2 906
Irazú	3 432
Miravalles	2 028
Poás	2 708
Rincón de la Vieja	1 895
Tenorio	1 916
Turrialba	3 340

Ordene los volcanes de forma ascendente, de acuerdo con su altura.

Solución: Para ordenar los volcanes, de acuerdo con su altura, en forma ascendente, debe ordenar los valores correspondientes a su altitud de menor a mayor. Así, obtiene que:

$$1\ 670 < 1\ 895 < 1\ 916 < 2\ 028 < 2\ 708 < 2\ 906 < 3\ 340 < 3\ 432$$

Con esto, se concluye que de menor a mayor, en concordancia con su altura, los volcanes quedarían ordenados de la siguiente forma:

Arenal, Rincón de la Vieja, Tenorio, Miravalles, Poás, Barva, Turrialba e Irazú.

Note que aunque los volcanes están ordenados de menor a mayor, la diferencia entre las alturas no es la misma. Analice estos dos ejemplos donde se evidencia que la diferencia entre el volcán Rincón de la Vieja y el Arenal no es la misma que la diferencia entre el volcán Tenorio y el Rincón de la vieja.

$$1\ 895 - 1\ 670 = 225$$

$$1\ 916 - 1\ 895 = 21$$

Sabías que...



Costa Rica tiene al menos 290 focos volcánicos. Algunos de ellos están extintos, otros dormidos y únicamente cinco están activos. Para mayor información, visite el sitio de la [Red Sismológica Nacional](#). A continuación, se muestra al Volcán Arenal, ubicado en la provincia de Alajuela.



Figura 1.4: Nota. Arenal Volcano. (Fotografía) por Bernal Saborio, 2013. Flickr. <https://www.flickr.com/photos/44073224@N04/36680018006/>. CC BY-SA 2.0

1.2.2 Construir sucesiones ascendentes y descendentes

Cuando se solicita construir sucesiones ascendentes o descendentes, que deban respetar un patrón de formación, primero debe identificar dicho patrón y luego, puede completar la sucesión.

Analice

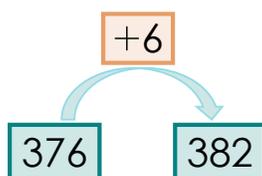
Esteban está trabajando en tener una mejor condición física, por eso, decidió medir cuánta distancia puede correr sin parar. El primer día logró correr, sin parar, 376 metros, el segundo día 382 metros, el tercer día 388 metros. Si sigue ese patrón, ¿cuántos metros podrá correr, sin parar, el cuarto día?

Solución: Lo primero que debe hacer es analizar si los números representan una sucesión ascendente o descendente. Para esto analice los valores que corresponden a las distancias recorridas:

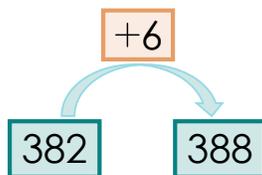
376
 382
 388
 ¿?

Puede notar que la sucesión es ascendente, pues los números van aumentando de valor. Ahora, debe encontrar el patrón que hace que estos números aumenten, eso, generalmente, puede encontrarlo buscando una relación que involucre una suma o una multiplicación de un mismo número.

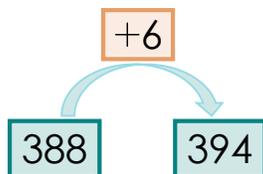
Analice lo que pasa con el primer par de números. Note que para pasar de 376 a 382 debe sumar 6 unidades. Así: $376 + 6 = 382$, gráficamente puede representarlo como:



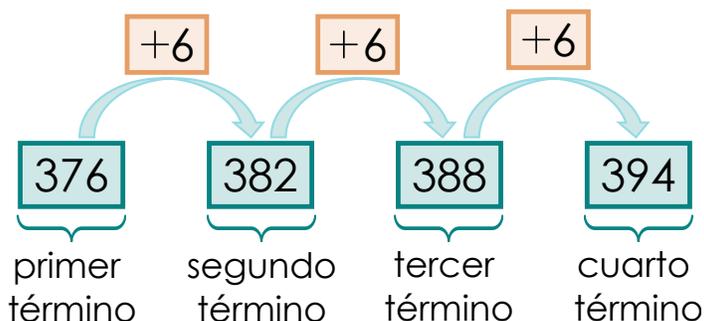
De forma similar, para pasar del 382 al 388 también debe sumar 6. Así: $382 + 6 = 388$, gráficamente puede representarlo como:



Puede decir que la cantidad de metros que Esteban corre el cuarto día, sin parar, equivale a sumarle 6 a 388. Así: $388 + 6 = 394$, gráficamente puede representarlo como:



En la siguiente imagen, puede observar todo el proceso:



Analice ahora otro ejemplo.

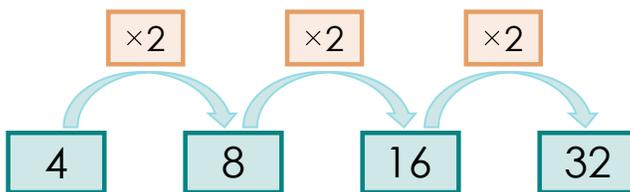
Ejemplo 1.4

Determine la regla de formación de la siguiente sucesión:



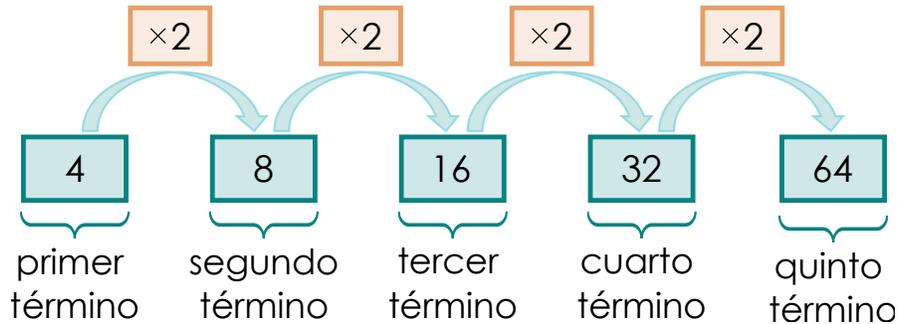
Solución: Al igual que en el problema anterior, está ante la presencia de una sucesión ascendente, pues los números van aumentando su valor. Ahora, debe encontrar el patrón de formación.

Observe que cada número de la sucesión es el doble del número anterior. Por tanto, la regla de formación es multiplicar por el número dos, tal y como se muestra a continuación:



Así, el siguiente término de la sucesión sería: $32 \times 2 = 64$.

Gráficamente, puede representarlo como:



En los dos casos anteriores se tenían sucesiones ascendentes. Por eso, para encontrar el patrón, requería el uso de las operaciones de suma o multiplicación.

En el caso que tenga sucesiones descendentes, si estas tienen un patrón, puede obtenerlo mediante las operaciones de resta o de división.

Analice

La abuela de Rocío le regaló ₡1 500 para que se compre cosas en la escuela. Rocío quiere usar responsablemente su dinero, por eso cada día se compra solo una galleta. A continuación, se muestra la cantidad de dinero, en colones, que Rocío tiene al final de cada día:



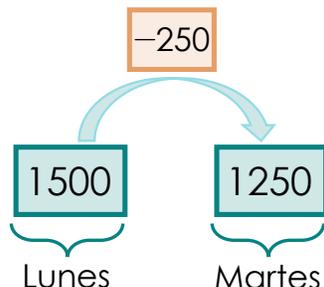
Si Rocío sigue con ese patrón de gasto, ¿cuánto dinero tendrá el jueves?

Solución: Primero, note que la cantidad de dinero va disminuyendo con el paso de los días, por tanto, es una sucesión descendente.

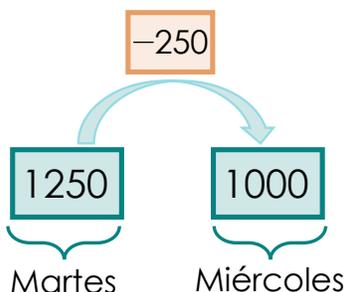
Lo segundo, es encontrar el patrón que hace que estos números disminuyan. En este caso, note que para llegar del 1 500 al 1 250 debe restar 250, pues

$$1\ 500 - 250 = 1\ 250.$$

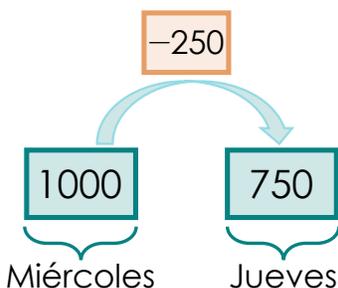
Así:



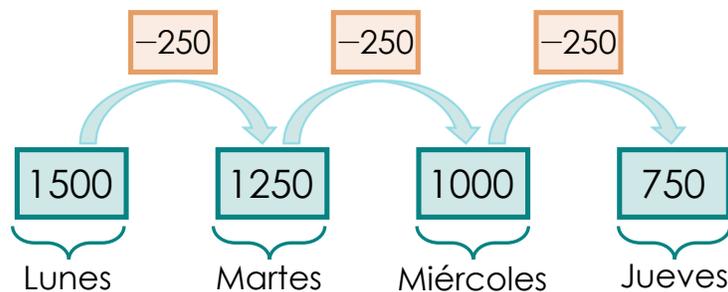
De forma similar, para llegar de $1\ 250$ a $1\ 000$ también debe restar 250 , pues $1\ 250 - 250 = 1\ 000$. Así:



Entonces, esto da la idea de que para encontrar la cantidad de dinero que Rocío tendrá el jueves, debe restar 250 al $1\ 000$, o sea, hacer la siguiente operación $1\ 000 - 250 = 750$. Así:



En la siguiente figura, puede observar todo el proceso:



De esta forma, el día jueves Rocío tendrá ₡750.

Analice otro ejemplo:

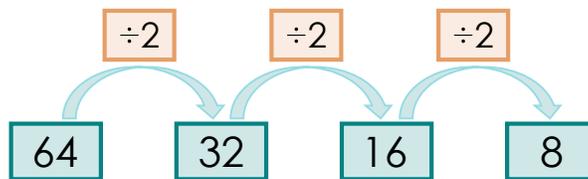
Ejemplo 1.5

Determine la regla de formación de la siguiente sucesión:

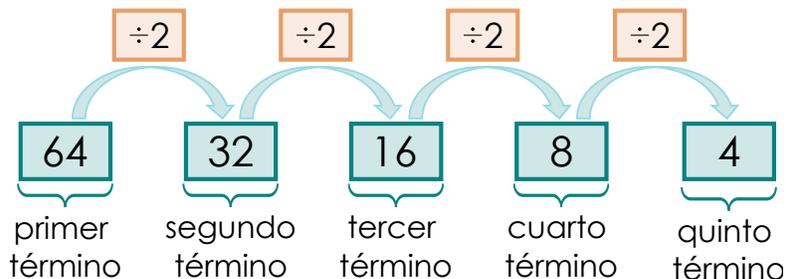


Solución: Al igual que en el problema anterior, tiene una sucesión descendente, pues los números van disminuyendo su valor.

Para encontrar el patrón, debe observar que cada número se va dividiendo a la mitad, por tanto, la regla de formación es dividir por 2. Así:



Si quiere encontrar el quinto término, debe dividir 8 entre 2, así obtiene $8 \div 2 = 4$. A continuación, se muestra todo el proceso:



Video 1.1

En este video puede observar una explicación sobre sucesiones ascendentes y descendentes.



1.2.3 Determinar los términos desconocidos de una sucesión que obedecen a un patrón dado de formación

En las secciones anteriores siempre se dan los primeros términos de la sucesión y se deben encontrar los siguientes, sin embargo, esto no siempre sucede. En ocasiones, se suele dar una sucesión y algunos espacios en blanco intermedios que se deben completar. Analice el siguiente ejemplo:

Ejemplo 1.6

Analice la siguiente sucesión y complete los elementos desconocidos.

46	¿?	64	73	¿?	¿?	100
----	----	----	----	----	----	-----

Solución: Para encontrar los números que faltan, primero debe analizar si tiene una sucesión ascendente o descendente. En este caso, puede observar que los números van aumentando de valor, por lo que tiene una sucesión ascendente.

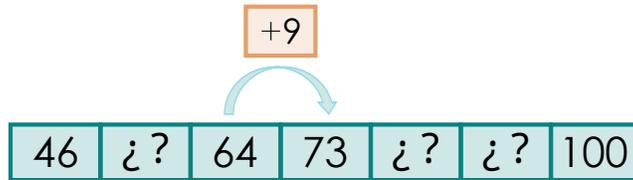
Ahora, debe buscar el patrón de formación. Para encontrarlo se recomienda analizar dos números consecutivos de una secuencia. En este caso, debe analizar qué sucedió entre los números 64 y 73, pues cumplen con esa condición.

¿Cuánto se debe sumar a 64 para obtener 73?



46	¿?	64	73	¿?	¿?	100
----	----	----	----	----	----	-----

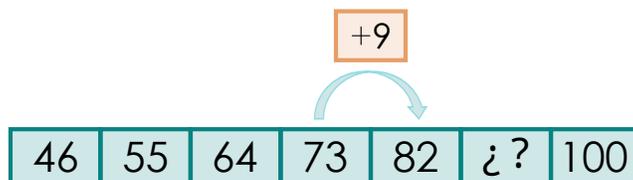
Note que $64 + 9 = 73$, por tanto, el patrón de formación de esta sucesión es sumar 9 unidades a cada término.



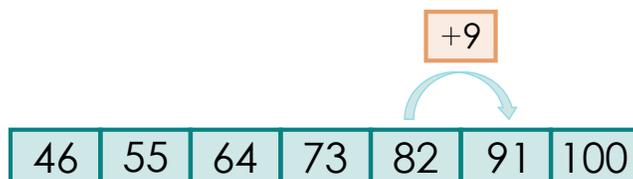
De esta forma, puede completar los términos desconocidos. Así, si al primer término se le suman 9 unidades se obtiene el segundo término $46 + 9 = 55$. Gráficamente se tiene:



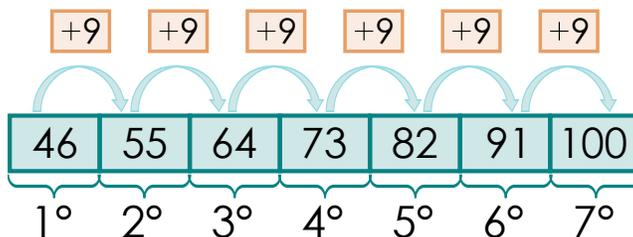
Puede verificar que el patrón se cumple entre el segundo y tercer término, o sea que $55 + 9 = 64$, donde 64 es un número conocido de esta sucesión. Continuando con el patrón, el quinto término de la sucesión puede encontrarlo mediante la operación: $73 + 9 = 82$.



Para encontrar el sexto término de la sucesión debe realizar la operación $82 + 9 = 91$.



Finalmente, puede comprobar que $91 + 9 = 100$, el cual es un número conocido de esta sucesión. Completando entonces la sucesión con los números que faltaban se tiene:

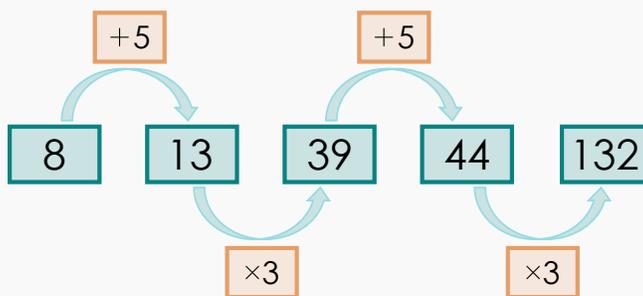


Para saber más...



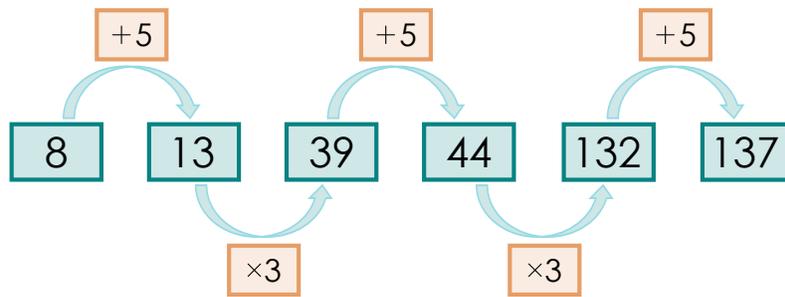
Las reglas de formación de una sucesión pueden incluir dos o más operaciones matemáticas. El siguiente ejemplo es un reto para poner en práctica sus habilidades matemáticas.

La siguiente sucesión se forma sumando cinco unidades a un término y luego encontrando el triple del término resultante. El patrón se repite con este último término encontrado.

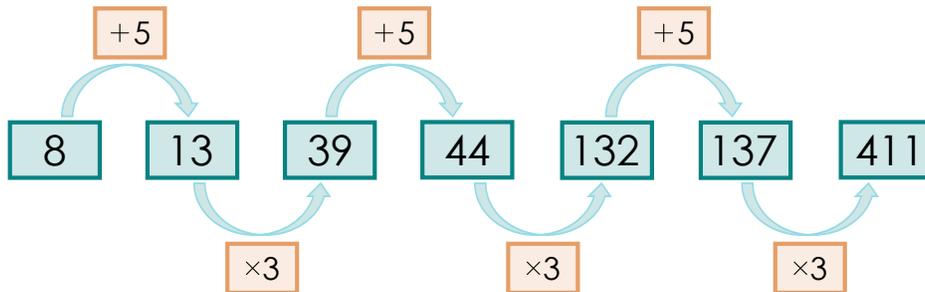


Encuentre los siguientes tres términos.

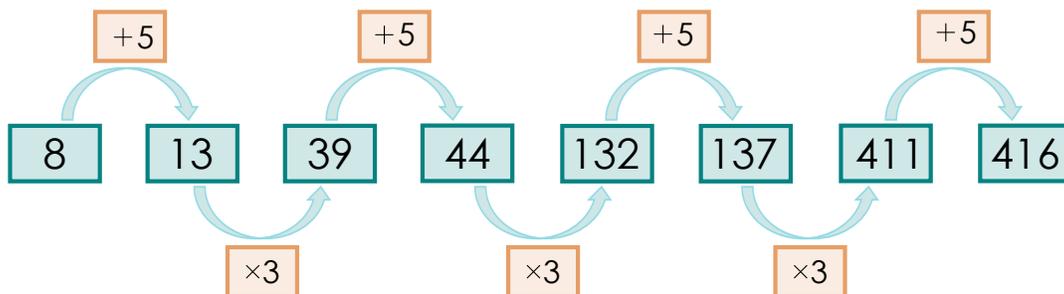
Solución: Para continuar la sucesión, debe seguir el orden del patrón. Este orden corresponde a: sumar cinco unidades a un número, luego multiplicarlo por tres unidades y repetir. Note que en la sucesión dada, el patrón ya se ha repetido dos veces, por lo que para encontrar el siguiente término debe sumar cinco unidades al 132, o sea realizar $132 + 5 = 137$.



Dado que ya se sumaron cinco unidades, el siguiente paso para encontrar el término que sigue es multiplicar por tres unidades, o sea realizar $137 \times 3 = 411$.



Finalmente, debe sumar cinco unidades a este último número, así $411 + 5 = 416$.



Los siguientes tres términos de esa sucesión son 137, 411 y 416.

Video 1.2

En este video puede observar una explicación de cómo completar sucesiones a las que les faltan ciertos términos.



Video 1.3

En este video encontrará un ejemplo de una sucesión donde se alternan patrones.

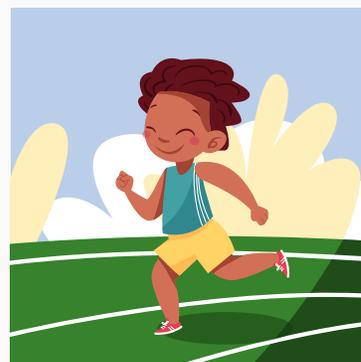


1.2.4 Plantear y resolver problemas aplicando sucesiones y patrones

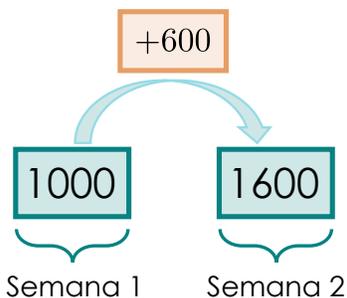
Analice

Carlos compite en atletismo, representando a su escuela en los Juegos Estudiantiles. Él necesita entrenar cada semana y el entrenador le pide empezar recorriendo 1000 metros el primer sábado e ir aumentando 600 metros cada sábado hasta completar los 4000 metros que es el total a recorrer en la competencia.

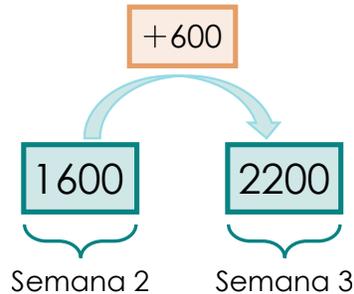
¿Cuántas semanas debe entrenar Carlos para cumplir la meta?



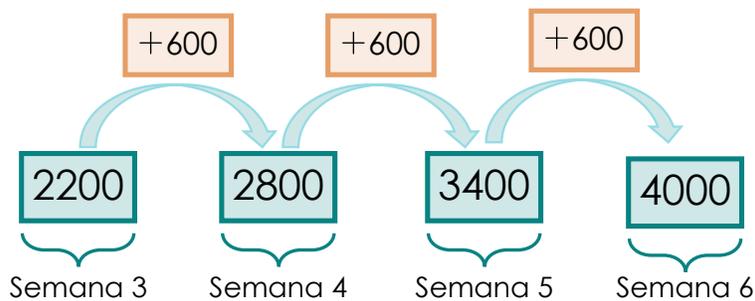
Solución: La primera semana Carlos recorre 1000 metros. Una semana después aumenta su recorrido en 600 metros. Así, la segunda semana Carlos corre $1000 + 600 = 1600$ metros.



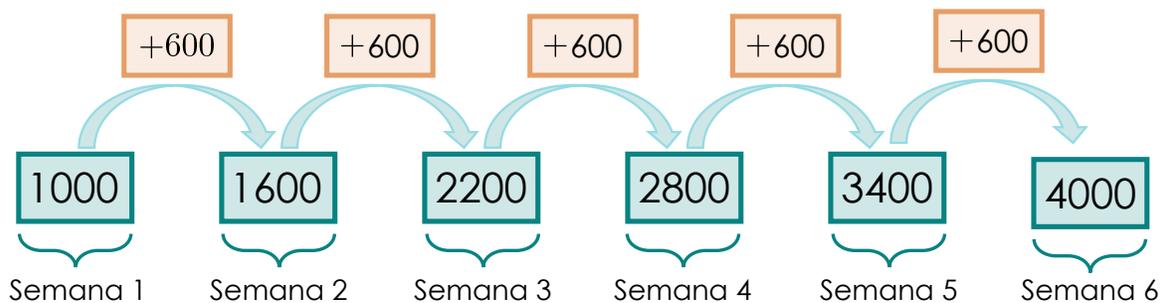
Carlos aumenta nuevamente su recorrido en 600 metros, así corre $1600 + 600 = 2200$ metros durante la tercera semana.



Puede seguir aumentando 600 metros cada semana hasta llegar a los 4000 metros, lo cual es la meta propuesta por el entrenador.



Como puede apreciar, Carlos demorará seis semanas en llegar a su meta de completar 4000 metros. A continuación, puede visualizar el esquema completo de la secuencia:



Recuerde



Para resolver problemas con patrones o sucesiones, tiene que tomar en cuenta lo aprendido en las secciones anteriores, esto es:

- 1) Identificar si la sucesión tiene números o figuras.
- 2) Si tiene una sucesión numérica, determinar si esta es ascendente o descendente.
- 3) Encontrar el patrón de formación.
- 4) Completar cuidadosamente los números o figuras faltantes que permitan resolver el problema planteado.

Analice

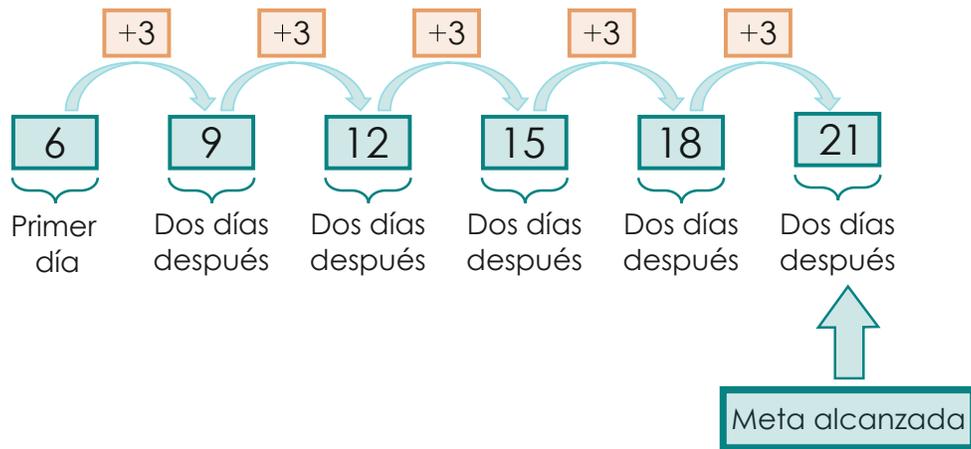
Ivonne ama las matemáticas y se propone resolver ejercicios variados cada dos días para ir adquiriendo destrezas.

El primer día resuelve seis ejercicios, dos días después logra resolver nueve, y cuatro días después resolvió doce. Ella está feliz de ir aumentando la cantidad de ejercicios resueltos y quiere mantener ese ritmo hasta superar los veinte ejercicios. ¿Cuánto demorará en lograrlo?



Solución: Note que esta es una sucesión con números que van aumentando. Cada dos días, Ivonne aumenta la cantidad de ejercicios resueltos en tres, por lo tanto, el patrón es: **sumar tres**.

En el primer día Ivonne resuelve seis ejercicios y va aumentando tres ejercicios cada dos días:

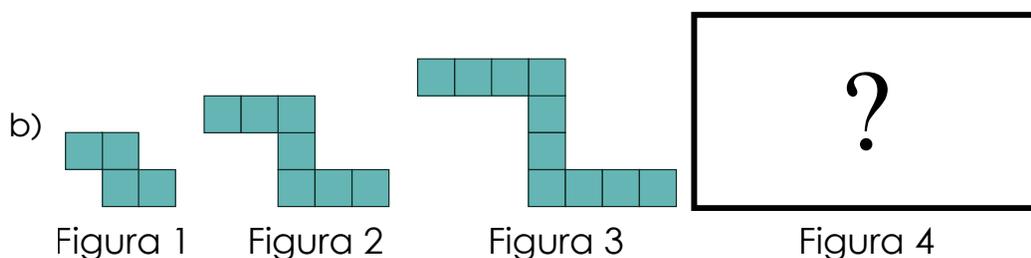
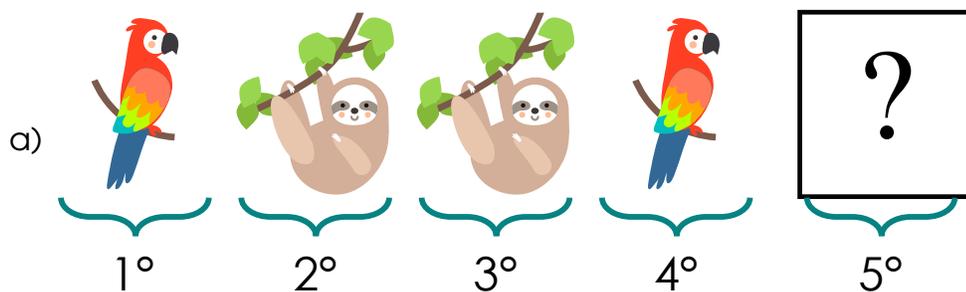


Así, diez días después de comenzar a resolver ejercicios (sentándose cada dos días a cumplir su reto), Ivonne logra resolver más de veinte ejercicios de matemática.



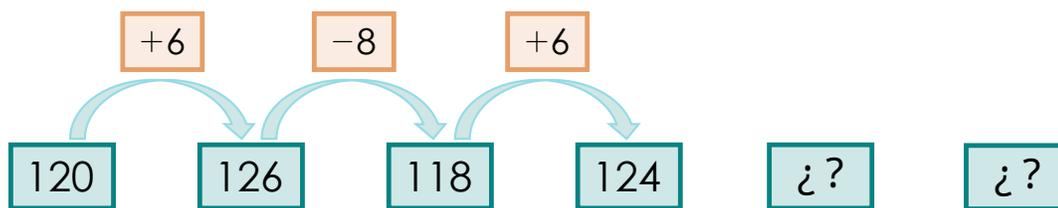
1.3 Práctica: sucesiones

1.3.1 Analice las siguientes sucesiones de imágenes y dibuje el término siguiente.

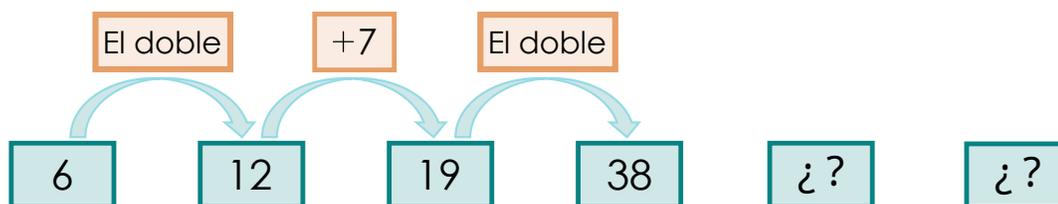


1.3.2 A continuación, se muestran dos sucesiones con su respectiva regla de formación. Encuentre los dos términos faltantes en cada caso:

a) La regla de formación es: sumar 6 y restar 8.



b) La regla de formación es: hallar el doble y sumar 7.



R 1.3.3 Ordene los siguientes números en forma ascendente y determine si corresponde o no a una sucesión. Justifique su respuesta:

a) 347, 497, 397, 297, 447

_____ , _____ , _____ , _____ , _____

b) 225, 240, 215, 251, 233

_____ , _____ , _____ , _____ , _____

R 1.3.4 Complete las siguientes sucesiones numéricas con los términos faltantes:

a) 213, 233, 253, _____, _____

b) 820, 805, 790, _____, _____

c) 900, 879, _____, _____, 816

R 1.3.5 Encuentre el patrón de formación de las siguientes sucesiones:

a) 137, 146, 155, 164

b) 582, 569, 556, 543

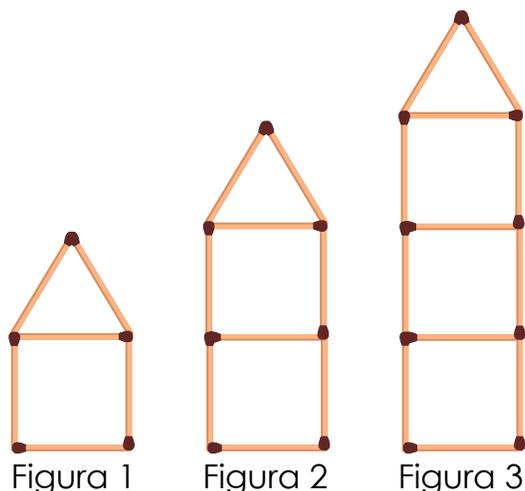
R 1.3.6 Resuelva los siguientes problemas que involucran uso de patrones:

a) Zule está en el gimnasio y se ha propuesto duplicar los abdominales que realiza cada semana. Si la primera semana hizo diez abdominales, ¿cuántos realizará en la cuarta semana?

b) Paula tiene 1 500 colones, cada domingo, sus padres le dan 700 y ella ha decidido ahorrarlos. ¿Cuánto tendrá en cinco semanas?

c) Julián ha decidido confeccionar marcadores de libros con los símbolos nacionales de Costa Rica que son 18 en total. Comenzó a las 8 a. m. y logró hacer el de la mariposa morpho, en eso tardó 20 minutos. Él quiere hacer el del yigüirro, el venado cola blanca, la marimba, el manatí y el perezoso, si en todos estima que va a demorar la misma cantidad de tiempo, ¿a qué hora va a terminar?

1.3.7 Lucía tenía una gran cantidad de palillos de dientes para jugar, así que se puso a crear las siguientes figuras:



Si ella sigue el patrón de cada una de las figuras, ¿cuántos palillos de dientes ocupará para crear la figura 4?

1.3.8 Reto. Complete la siguiente sucesión numérica con los términos faltantes:

704, _____, 728, _____, 752

Aplicaciones tecnológicas



En este [enlace](#) puede practicar completar patrones usando figuras.

Aplicaciones tecnológicas



En este [enlace](#) puede practicar completar series.

Relaciones

2.1 Tablas

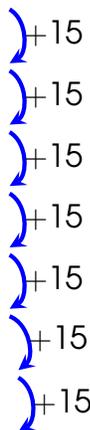
Analice

Rebeca está ayudando a su mamá a preparar cajetas pues han empezado a venderlas en el barrio y han tenido éxito. Al inicio, la mamá preparaba 15 cajetas, pero cada día ha ido aumentando, en 15 cajetas, la cantidad que prepara para vender. La mamá le dijo a Rebeca que 120 cajetas es la cantidad máxima que puede hacer por día.

¿Cuántos días deben transcurrir para llegar a preparar las 120 cajetas diarias?

Solución: Para poder entender este problema, puede construir una tabla como la siguiente:

Día	Número de cajetas preparadas
1	15
2	30
3	45
4	60
5	75
6	90
7	105
8	120



Así, puede ver que se necesitan ocho días para que la mamá de Rebeca pueda preparar 120 cajetas diarias.

Analice ahora otro problema, donde faltan valores en tablas.

Ejemplo 2.1

Según la ARESEP (Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos), el pasaje en la ruta del tren de Cartago hacia San José tiene un costo de ₡550 en el 2022¹.

Suponga que Mario viaja todos los días en tren desde Cartago a San José. Cuando él viaja con sus tres hijos gasta ₡2 200, pues debe comprar cuatro tiquetes (el de él más el de sus tres hijos). Por otro lado, si compra siete tiquetes (para viajar con sus hijos, su esposa y sus dos hermanas) gasta en total ₡3 850. En la siguiente tabla se resume esta información.

Cantidad de pasajes	Costo total (en colones)
1	550
2	
3	
4	2 200
5	
6	
7	3 850

Complete los espacios vacíos de la tabla anterior.

Además, suponga que Mario trabaja 5 días a la semana, y cada día debe tomar el tren para ir a su trabajo en San José y luego debe volver a tomarlo para regresar a su casa en Cartago. Si él dispone de ₡6 800 para cubrir los gastos de sus pasajes, ¿le alcanzará este dinero para el traslado de la semana en tren? Justifique su respuesta

¹Datos obtenidos del sitio web <https://aresep.go.cr/tren/tarifas/447-tren-ruta-san-jose-cartago>

Solución: Observe que en la tabla del ejemplo, es necesario saber los valores que faltan para conocer el monto a cancelar según la cantidad de pasajeros. Para encontrar estos valores, debe observar que el pasaje de cada persona cuesta ₡550 (siempre que no sea un adulto mayor, en cuyo caso, no pagan pues viajan gratis). Entonces, si solo compran dos tiquetes, el costo total sería:

$$₡550 + ₡550 = ₡1\ 100.$$

Por otro lado, si compran tres pasajes, debe sumar ₡550 al costo de comprar dos tiquetes, así:

$$₡1\ 100 + ₡550 = ₡1\ 650.$$

Cantidad de pasajes	Costo total (en colones)
1	550
2	$550 + 550 = 1\ 100$
3	$1\ 100 + 550 = 1\ 650$
4	2 200
5	
6	
7	3 850

Continuando con esta forma de trabajo, note que cuatro tiquetes cuestan ₡2 200, por lo que cinco pasajes cuestan ese monto más ₡550, así:

$$₡2\ 200 + ₡550 = ₡2\ 750.$$

Finalmente, si a este último monto le suma ₡550 tendrá el monto a cancelar por seis pasajes:

$$₡2\ 750 + ₡550 = ₡3\ 300.$$

Así, puede completar la tabla con los montos faltantes:

Cantidad de pasajes	Costo total (en colones)
1	550
2	1 100
3	1 650
4	2 200
5	2 750
6	3 300
7	3 850

Además, como Mario debe viajar 5 días a la semana, y cada día toma el tren 2 veces, en total va a tomar el tren $5 \times 2 = 10$ veces a la semana.

Si viaja 10 veces por semana, Mario gastará en total:

$$10 \times \text{C}550 = \text{C}5\,500.$$

Dado que Mario cuenta con $\text{C}6\,800$ para los pasajes, se tiene:

$$\text{C}6\,800 - \text{C}5\,500 = \text{C}1\,300.$$

Así, a Mario le alcanzará el dinero para pagar los pasajes y le sobrarán $\text{C}1\,300$.

Video 2.1

En este video puede observar un ejemplo similar al resuelto anteriormente. Le invitamos a realizarlo y luego revisar su solución.



2.2 Plantear y resolver problemas que involucran valores faltantes en una tabla o expresión matemática

Para encontrar valores faltantes en una expresión matemática, primero debe analizar cuál operación debe realizar para encontrar el resultado. A veces, necesitará sumar, restar o multiplicar. A continuación, analice algunas situaciones.

Analice

El libro “Cuentos de mi tía Panchita”, de la escritora costarricense Carmen Lyra, tiene 117 páginas. Roberto, que es un amante de la lectura, ha leído 48 páginas. ¿Cuántas páginas le faltan aún por leer?

Solución: Esta situación puede plantearla de la siguiente manera:

$$48 + \color{blue}{\blacklozenge} = 117$$

Donde, $\color{blue}{\blacklozenge}$ corresponde a la cantidad de páginas que a Roberto le faltan por leer. Observe que se está sumando una cantidad al 48 para obtener 117 como resultado. Para poder obtener el valor que falta, tiene varias opciones:

- Una forma es iniciar en 48 e ir contando de uno en uno hasta llegar al número 117. Pero esto puede tomar mucho tiempo, si el número al que hay que llegar es muy grande
- Otra forma es preguntarse qué número, sumado con 48, da como resultado 117. Por ejemplo, intente sumando 55:

$$\begin{array}{r} 48 \\ + 55 \\ \hline 103 \end{array}$$

Note que el resultado, 103, es un número menor que 117, por lo que el número que se le debe sumar a 48 debe ser mayor. Así, se puede elegir el número 75.

En caso de escoger el número 75 se tiene:

$$\begin{array}{r} 48 \\ + 75 \\ \hline 123 \end{array}$$

En este caso, se pasó el número por seis unidades, por lo que el número no sería 75, sino $75 - 6 = 69$. Así, a Roberto aún le faltan 69 páginas por leer.

Para saber más...



Una forma más rápida de resolver el problema anterior es preguntarse: ¿qué diferencia hay entre estos dos números? Observe:

$$\begin{array}{r} 117 \\ - 48 \\ \hline 69 \end{array}$$

Se tiene que $117 - 48 = 69$, por lo tanto  = 69.

Analice

Se sabe que la Carretera Interamericana en Costa Rica, que se extiende desde Paso Canoas en la frontera con Panamá hasta Peñas Blancas en la frontera con Nicaragua, cuenta con 660 km de longitud en total.²

Unos turistas salen en bus desde la frontera de Nicaragua y toman la Carretera Interamericana, con el fin de llegar hasta Paso Canoas. Si ya han recorrido 234 km, ¿cuántos kilómetros les falta por recorrer?

²Información recuperada de <http://repositorio.mopt.go.cr:8080/xmlui/123456789/451>

Solución:

Esta situación puede plantearla de la siguiente manera:

$$234 + \blacklozenge = 660$$

Donde, \blacklozenge corresponde a la cantidad de kilómetros que a los turistas les falta recorrer.

Una forma de solucionarlo es preguntarse qué número, sumado con 234, da como resultado 660. Por ejemplo, intente sumando 300:

$$\begin{array}{r} 234 \\ + 300 \\ \hline 534 \end{array}$$

Note que el resultado, 534, es un número menor que 660, por lo que el número que se le debe sumar a 234 debe ser mayor. Así, se puede elegir otro número, por ejemplo 450, en este caso se tiene:

$$\begin{array}{r} 234 \\ + 450 \\ \hline 684 \end{array}$$

En este caso, el resultado, 684, es un número mayor que 660, así el número buscado es menor que 684. Se puede seguir este proceso, hasta encontrar el número adecuado, el cual corresponde a: 426.

Por lo tanto, tiene que $\blacklozenge = 426$, o sea a los turistas les faltan 426 km por recorrer.

Para saber más...



Otra forma para encontrar la cantidad de kilómetros que a los turistas les falta por recorrer, es encontrar la diferencia entre 660 y 234:

$$\begin{array}{r} 660 \\ - 234 \\ \hline 426 \end{array}$$

Por lo tanto, tiene que  = 426.

Analice otros ejemplos donde tendrá que encontrar el valor faltante en las operaciones que se presentan.

Ejemplo 2.2

Determine el valor numérico de cada figura, de forma que se satisfaga la relación dada.

a) $421 + \text{★} = 458$

c) $83 - \text{●} = 64$

b) $364 = 27 + \text{♥}$

d) $\text{■} - 12 = 375$

Solución:

a) $421 + \text{★} = 458$

Observe que se está sumando una cantidad al 421 para obtener 458 como resultado. Se tienen varias opciones para obtener el resultado:

- Una forma es iniciar en 421 e ir contando de uno en uno hasta llegar al 458. Pero esto ser muy tedioso si el número es muy grande, por ejemplo, imagine ir contando de uno en uno del 421 hasta un número más grande como el 910. ¡Se demoraría mucho tiempo en encontrar la respuesta!
- Otra forma es preguntarse qué número, sumado con 421, da como resultado 458. Por ejemplo, intente sumando 30:

$$\begin{array}{r} 421 \\ + 30 \\ \hline 451 \end{array}$$

Note que el resultado, 451, es un número menor que 458, por lo que el número que se le debe sumar a 421 debe ser mayor. Sin embargo, se puede ver que para llegar de 451 a 458 sólo faltan 7 unidades. Así, el número buscado es $30 + 7 = 37$, o sea  = 37.

Para saber más...



Otra forma más rápida de resolver el ejercicio es preguntarse, ¿qué diferencia hay entre estos dos números? Observe:

$$\begin{array}{r} 458 \\ - 421 \\ \hline 37 \end{array}$$

Se tiene que $458 - 421 = 37$, por lo tanto,  = 37. Puede comprobar este resultado para asegurarse que obtuvo la respuesta correcta $421 + 37 = 458$

b) $364 = 27 + \heartsuit$

Observe que este caso es similar al del ejemplo anterior. Así, se tienen varias opciones para obtener el resultado:

- Una forma es iniciar en 27 e ir contando De uno en uno hay hasta llegar al 364. Pero, ¡demoraría mucho tiempo!.
- Otra forma es preguntarse qué número, sumado con 27, da como resultado 364. Por ejemplo, intente sumando 350:

$$\begin{array}{r} 27 \\ + 350 \\ \hline 377 \end{array}$$

Note que el resultado, 377, es un número mayor que 364. Es mayor por 13 unidades. Así, el número buscado es $350 - 13 = 337$, o sea $\heartsuit = 337$.

Para saber más...



Otra forma más rápida de resolver el ejercicio es preguntarse, ¿qué diferencia hay entre estos dos números? Observe:

$$\begin{array}{r} 364 \\ - 27 \\ \hline 337 \end{array}$$

Se tiene que $364 - 27 = 337$, por lo tanto, $\heartsuit = 337$. Puede comprobar este resultado para asegurarse que obtuvo la respuesta correcta:

$$364 = 337 + 27$$

c) $83 - \bullet = 64$

Observe que en esta operación, tiene una resta en lugar de una suma. En este caso en específico, debe encontrar el segundo término de la resta, para encontrar respuesta a la pregunta:

¿Cuánto se debe quitar al 83 para obtener 64?

Una forma de resolverlo es ir probando números hasta encontrar uno que restado a 83 de como resultado 64. Por ejemplo, se podría intentar con 20:

$$\begin{array}{r} 83 \\ - 20 \\ \hline 63 \end{array}$$

Note que el resultado, 63, es muy cercano a 64, sólo difiere en una unidad. Así, el número buscado es $20 - 1 = 19$, o sea $\bullet = 19$.

Para saber más...



Otra manera más rápida de resolver el ejercicio es responder a la pregunta, ¿qué diferencia hay entre el 83 y el 64? Observe:

$$\begin{array}{r} 83 \\ - 64 \\ \hline 19 \end{array}$$

Se tiene que $83 - 19 = 64$, por lo tanto, $\bullet = 19$. Puede comprobar este resultado para asegurarse que obtuvo la respuesta correcta:

$$83 - 19 = 64$$

d) $\blacksquare - 12 = 375$

En esta ocasión se tiene otra resta, pero el razonamiento en este ejercicio es diferente al anterior, pues el número que debe encontrar es el más grande de todos (el minuendo). Así, debe preguntarse:

¿A qué número, si se le quita 12, da como resultado 375?

Una forma de resolverlo es ir probando números hasta encontrar uno que al restarle 12 dé como resultado 375. Note que los números a probar deben ser mayores que 375. Por ejemplo, se podría intentar con 400:

$$\begin{array}{r} 400 \\ - 12 \\ \hline 388 \end{array}$$

Note que el resultado, 388, supera a 375 en 13 unidades. Así, el número buscado es $400 - 13 = 387$, por lo tanto, $\blacksquare = 387$.

Para saber más...



Otra forma es responder a la pregunta, ¿cuánto suma 375 y 12? Observe:

$$\begin{array}{r} 375 \\ + 12 \\ \hline 387 \end{array}$$

Se tiene que $375 + 12 = 387$, por lo tanto, $\blacksquare = 387$. Puede comprobar este resultado para asegurarse que obtuvo la respuesta correcta:

$$387 - 12 = 375$$

Video 2.2

En este video puede observar un ejemplo donde se deben completar valores faltantes en una tabla. Se le invita a realizarlo y luego revisar su solución.



2.3 Práctica: relaciones



2.3.1 En el día de las madres se venden muchos arreglos florales. Uno de los más populares en una floristería es el ramo de doce rosas, el cual cuesta ₡19 500. Complete la siguiente tabla para conocer el precio que debe pagar si se compra más de un arreglo floral.

Cantidad de ramos	Costo total (en colones)
1	19 500
2	
3	
4	

Además, si Lucía tiene ₡45 000, ¿cuántos ramos de rosas puede comprar como máximo?

 **2.3.2** Tomar agua es vital para la salud de las personas. A continuación, se presenta una tabla con la cantidad recomendada de agua (en litros) que deben tomar las personas diariamente. Complete dicha tabla para conocer la cantidad ideal que se debe tomar, de acuerdo con la cantidad de personas.

Cantidad de personas	Consumo de agua (en litros)
1	2
3	
6	12
11	
20	

Además, indique cuantos litros de agua debería tomar un grupo de 32 personas.

 **2.3.3** Encuentre los valores faltantes en las siguientes operaciones matemáticas:

a) $456 + \text{★} = 823$

b) $\text{♥} - 38 = 491$

c) $902 = 237 + \text{●}$

d) $593 - \text{■} = 358$

 **2.3.4** Costa Rica cuenta con un recurso hídrico abundante, pero existen casos severos de contaminación e invasión de las áreas de protección de los ríos urbanos, lo que afecta de forma directa la biodiversidad, la calidad de vida de las personas, la salud pública y los ecosistemas marinos. Por este motivo, en nuestro país existe la estrategia llamada “Ríos limpios”, que busca la sostenibilidad de este recurso³.

³Puede encontrar más información en este [enlace](#)

Un grupo de estudiantes decidió limpiar las orillas de los ríos María Aguilar y Torres durante una semana, de lunes a sábado. Cada día se sacaron 17 bolsas de basura llenas de desechos que no se reciclaron o no se depositaron en basureros en forma adecuada. El día lunes se tenían 17 bolsas, el día martes 34 bolsas, y así sucesivamente. Complete la siguiente tabla con base en la información suministrada.

Día de la semana	Bolsas acumuladas de basura recolectadas
Lunes	
Martes	
Miércoles	
Jueves	
Viernes	
Sábado	

Indique la cantidad total de bolsas de basura que se recolectaron al final de la semana. Además, si cada bolsa contiene 10 kilos, ¿cuántos kilos de basura se recolectaron al final de la semana?

2.3.5 Una empresa de Guanacaste produce melón y sandía para exportar a países de Europa. La cosecha se recoge durante diez semanas y en cada una de ellas, extraen suficiente fruta para llenar y exportar 22 contenedores.

Así, en la primera semana habrán exportado 22 contenedores, en la segunda semana habrán exportado 44 contenedores en total, y así sucesivamente. Esta empresa quiere contabilizar la cantidad de contenedores que exportó en total al concluir las diez semanas. Para hacer esto, complete la siguiente tabla con base en la información suministrada, e indique la cantidad total exportada.

Semana	Contenedores exportados
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

Además, si en un contenedor caben 16 000 frutas, ¿cuántas frutas, en total, habrán exportado en la sexta semana?

Aplicaciones tecnológicas



En este [enlace](#) puede practicar cómo completar valores faltantes en una tabla.

Representaciones

3.1 Representar sumas y restas en la recta numérica

Activación de conocimientos



Para esta sección necesita recordar cómo representar números en la recta numérica. Si quiere repasar este tema presione sobre la imagen.

Analice

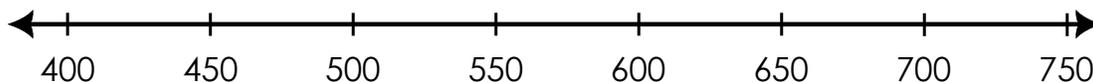
Marco va a participar en una carrera de sacos en su escuela. Para hacerlo bien, está practicando en su casa. Su mamá le dibujó una línea recta en el patio, la cual tiene una longitud de 800 cm y puso una marca cada 50 cm, pues esa es la distancia que avanza Marco en cada salto.

Si Marco ya ha avanzado 450 cm, ¿cuánto habrá recorrido cuando salte 200 cm más?

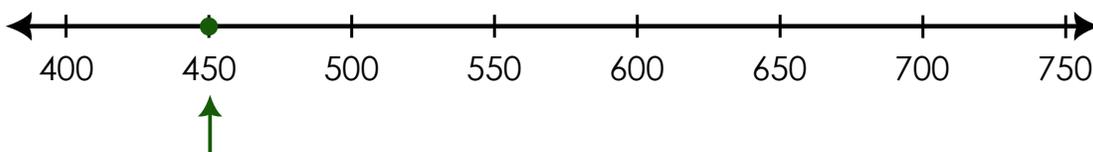


Solución:

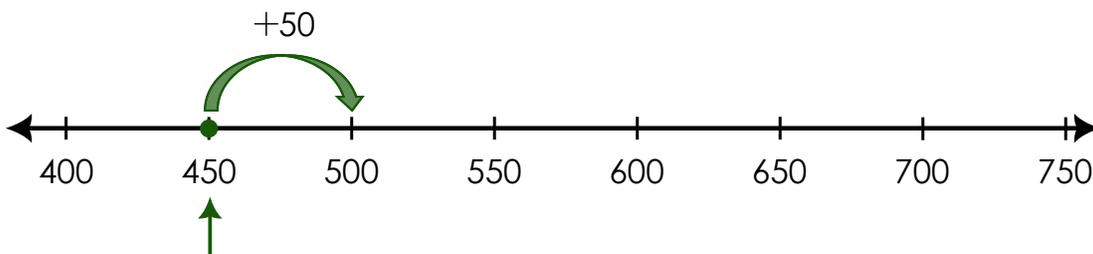
Para resolver esta situación, lo primero es representar la línea recta que la madre de Marco trazó en el patio. Una representación puede ser similar a la siguiente:



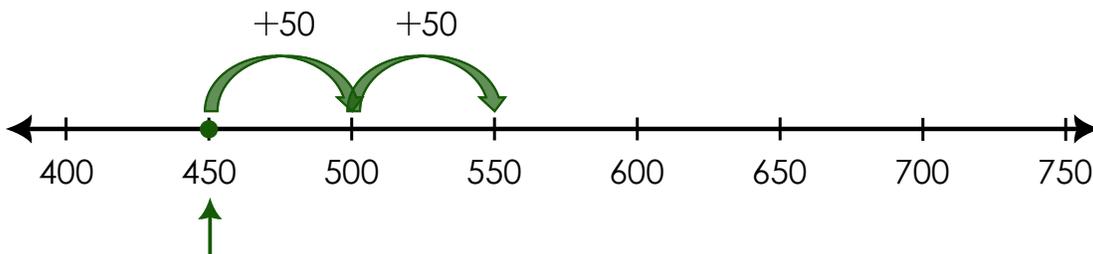
A continuación, debe marcar la posición en la cual se encuentra Marco, esta es 450 cm. Esta marca puede realizarse de diversas formas, puede ser con un punto, un círculo, una flecha, o cualquier otra señal. En nuestro caso, se marcó tanto con un punto como con una flecha y se muestra a continuación:



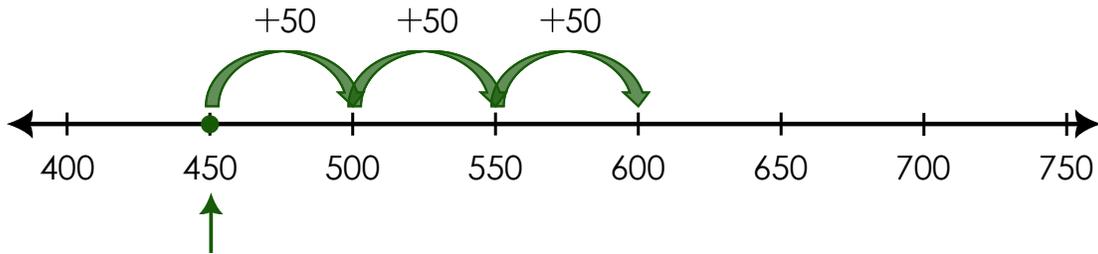
Ahora, debe representar la distancia extra que ha recorrido Marco cuando haya avanzado 200 cm más. Recuerde que cada salto de Marco corresponde a 50 cm. Para completar los 200 cm, puede marcar los primeros 50 cm recorridos. Esto hará que la distancia total saltada sea de $450 + 50 = 500$ centímetros:



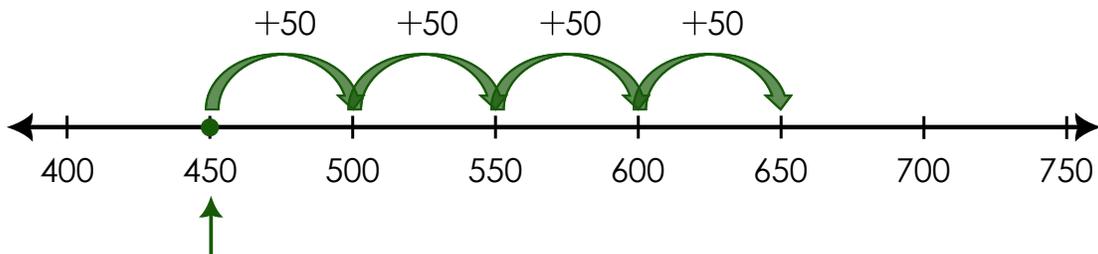
Marco realiza un segundo salto, esto hará que la distancia total recorrida sea de $500 + 50 = 550$ centímetros. Así, ya ha avanzado $50 + 50 = 100$ centímetros



Nuevamente, Marco realiza otro salto, esto hará que la distancia total recorrida sea de $550 + 50 = 600$ centímetros. En este momento ya tiene $100 + 50 = 150$ centímetros extras recorrido, así que hace falta solo un salto más.



Finalmente, Marco realiza el último salto, esto hará que la distancia total recorrida sea de $600 + 50 = 650$ centímetros.



Note que en la imagen anterior, en realidad se representa la suma de $450 + 200 = 650$ en la recta numérica.

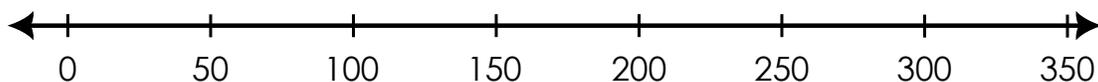
Las restas también se pueden representar por medio de la recta numérica. Analice el siguiente caso.

Analice

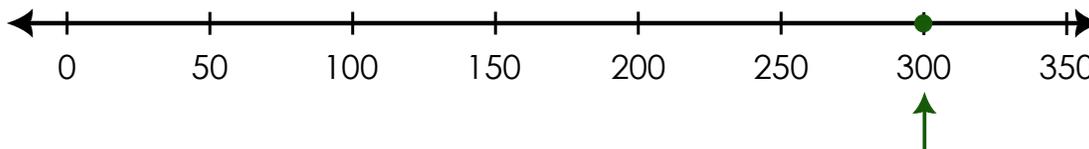
Continuando con la situación anterior. Suponga que en otra práctica de saltos, Marco ha avanzado 300 cm, pero su papá lo llama para que regrese a la casa para almorzar. Así que Marco, da vuelta y retrocede saltando. ¿Cuánta distancia le hace falta recorrer a Marco, cuando ya ha recorrido 100 cm de vuelta?

Solución:

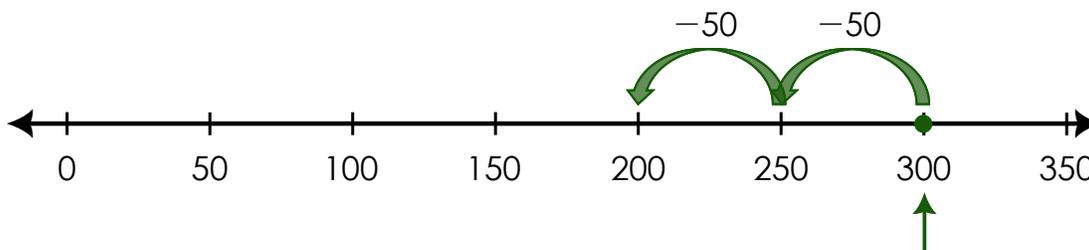
Para resolver esta nueva situación, lo primero es representar la línea recta que la madre de Marco trazó en el patio. Una representación puede ser similar a la siguiente:



A continuación, debe marcar la posición en la cual se encuentra Marco. Él está ubicado en el punto de 300 cm:



Ahora, debe representar la distancia que Marco debe retroceder, que equivale a 100 cm. Recuerde que cada salto de Marco corresponde a 50 cm, por lo que él deberá realizar dos saltos hacia atrás para completar esa distancia ($50 + 50 = 100$).



Con estos dos saltos, Marco se posiciona a 200 cm del inicio, por lo que aún debe recorrer esa distancia para regresar a su casa. Esta distancia puede hacerla en cuatro saltos.

Video 3.1

En este video puede observar un ejemplo donde se representan sumas y restas en la recta numérica.



Para saber más...

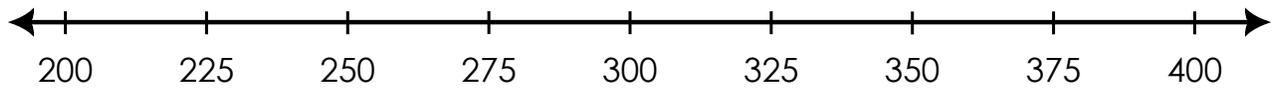


En este **video**, podrá ver un ejemplo avanzado sobre como sumar números en la recta numérica.

3.2 Práctica: representaciones



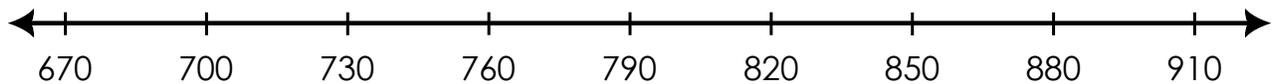
R 3.2.1 Considere la siguiente recta numérica:



Represente el resultado de efectuar las siguientes operaciones:

- a) $225 + 75$
- b) $400 - 125$

R 3.2.2 Considere la siguiente recta numérica:



Represente el resultado de efectuar las siguientes operaciones:

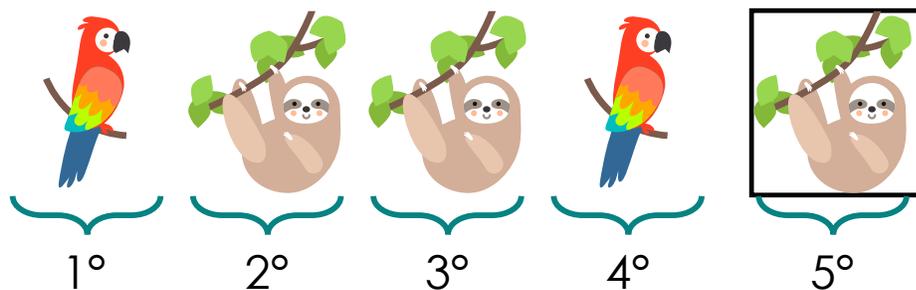
- a) $700 + 120$
- b) $880 - 60$

Soluciones a las prácticas

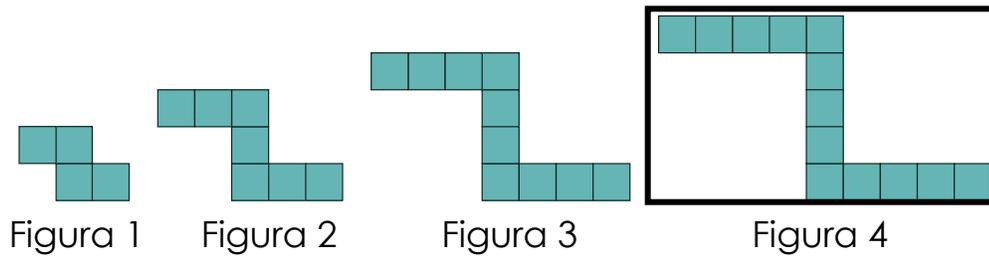
Soluciones del Capítulo 1

1.3.1

- a) El término siguiente en la sucesión es un perezoso. Observe que la sucesión es: lapa roja, perezoso, perezoso, lapa roja, perezoso, perezoso. Así, la sucesión de imágenes corresponde a:



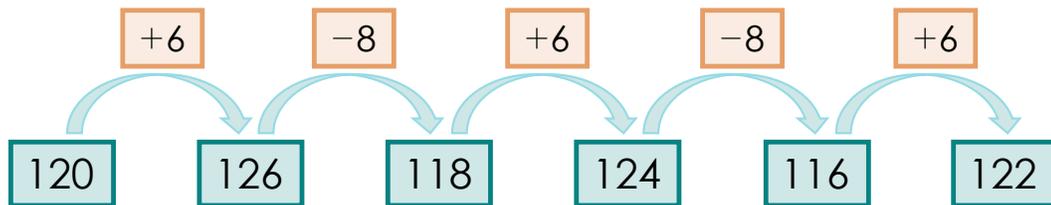
- b) Note que la primera figura tiene dos filas con solo dos cuadrados en cada una. Al pasar a la segunda figura, esta tiene las filas con tres cuadrados y un cuadrado de separación entre ellas. Al pasar a las siguientes imágenes se aumentará un cuadrado cada vez. Por eso, la tercera figura tiene cuatro cuadrados por fila (uno más que en la figura anterior) y dos cuadrados de separación entre las filas (uno más que en la figura anterior). Siguiendo ese patrón, se aumentará un cuadrado por fila y un cuadrado en la separación de las filas y obtiene la última figura que es la solicitada: cinco cuadrados en cada fila y tres cuadrados de separación entre ellas.



1.3.2  

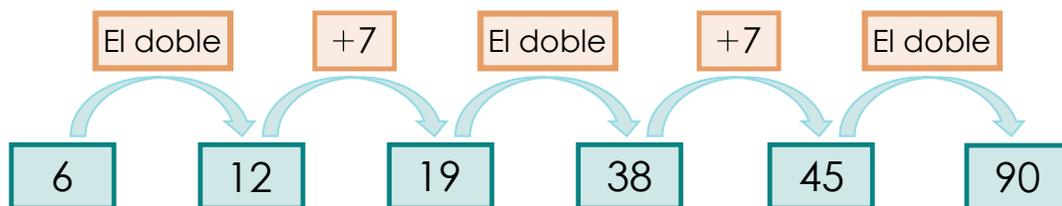
- a) En la sucesión después de sumar 6, sigue restar 8 y este comportamiento se repite, entonces en la sucesión que se muestra en la figura, a 118 debe sumarle 6 y obtiene 124. Ahora sigue restar 8, por tanto, debe resolver $124 - 8 = 116$. Para buscar el siguiente término debe sumar 6 a 116, y así obtiene $116 + 6 = 122$.

Puede completar así la sucesión:



- b) En la sucesión después de hallar el doble sigue sumar 7 y este comportamiento se repite, entonces en la sucesión que se muestra en la figura, al 6 se le halla el doble y obtiene 12, y al 12 se le suman 7 y obtiene 19. Al 19 se le halla el doble y obtiene 38 y sigue sumar 7, entonces debe resolver $38 + 7 = 45$. Ahora seguiría hallar el doble a 45 y obtiene 90.

Puede completar así la sucesión:



1.3.3 

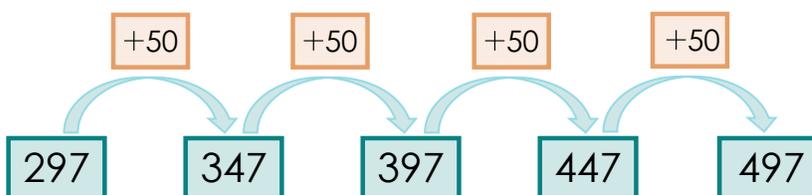
a) Al ordenar los siguientes números:

347, 497, 397, 297, 447,

en forma ascendente obtiene:

297, 347, 397, 447, 497.

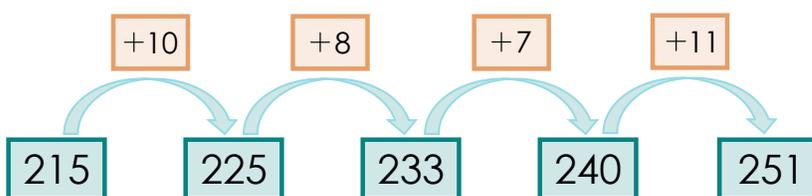
Estos números forman una sucesión ascendente que va aumentando de 50 en 50. Puede visualizarlo de la siguiente manera:



b) Al ordenar los siguientes números: 225, 240, 215, 251, 233, en forma ascendente obtiene:

215, 225, 233, 240, 251.

Estos números **no forman una sucesión**. Entre el primer y el segundo número hay 10, entre el 225 y el 233 hay 8, entre el 233 y el 240 hay 7 y entre el 240 y el 251 hay 11, por lo que no hay ninguna regla de formación. Puede visualizarlo de la siguiente manera:



1.3.4 

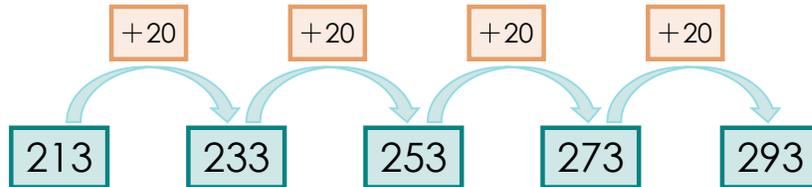
a) 213, 233, 253, _____, _____

Esta es una sucesión ascendente que va aumentando de 20 en 20, esto se sabe pues:

$$213 + 20 = 233$$

$$233 + 20 = 253$$

Entonces para completar el número que le sigue a 253 solo debe sumarle 20. Así, obtiene $253 + 20 = 273$. Continuando con la secuencia, a 273 debe sumarle 20 y obtiene $273 + 20 = 293$. Esto puede observarlo en el siguiente esquema:



Así, la solución corresponde a 213, 233, 253, 273, 293.

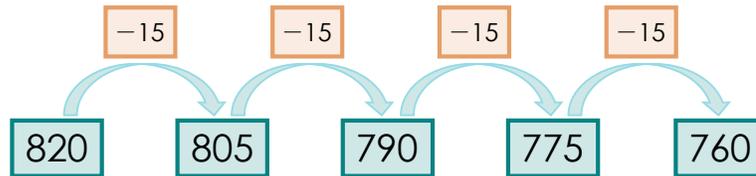
b) 820, 805, 790, _____, _____

Esta es una sucesión descendente que va disminuyendo de 15 en 15, se sabe esto, pues:

$$820 - 15 = 805$$

$$805 - 15 = 790$$

Entonces, para completar el número que le sigue a 790 solo debe restarle 15 y obtiene $790 - 15 = 775$. Finalmente, a 775 debe restarle 15 y obtiene $775 - 15 = 760$. Esto puede observar en el siguiente esquema:



Así, la solución corresponde a 820, 805, 790, 775, 760.

c) 900, 879, _____, _____, 816

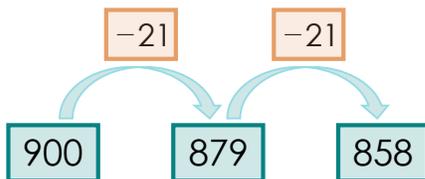
Esta sucesión es descendente pues los números van disminuyendo. Como tiene dos números seguidos, es muy fácil calcular en cuánto desciende:

$$900 - 879 = 21$$

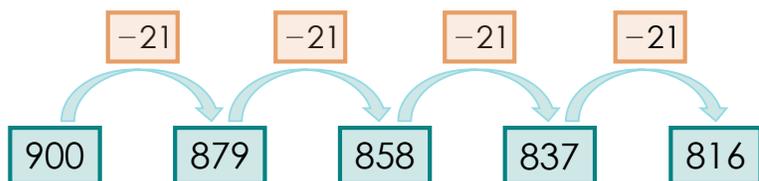
Para calcular el número que le sigue a 879, solo tiene que restar 21:

$$879 - 21 = 858$$

Esto se puede visualizar en el siguiente esquema:



Ahora a 858 le debe restar 21, $858 - 21 = 837$ y podemos comprobar que, si a 837 le resta 21, obtiene 816 que era un número que ya tenía al inicio del ejercicio.



Así, la solución corresponde a 900, 879, 858, 837, 816

1.3.5

- a) Para encontrar el patrón de la sucesión: 137, 146, 155, 164 debe identificar primero que es una sucesión ascendente, pues los números van aumentando. Luego debe saber en cuánto va aumentando la sucesión cada vez.

Seleccione dos números consecutivos cualesquiera, por comodidad, puede seleccionar los dos primeros: el 137 y el 146, note que $137 + 9 = 146$. Seleccione otro par de números para verificar si se sigue un patrón constante. Si toma 155 y 164 se tiene que $155 + 9 = 164$. Puede ver que en ambos casos se dio un aumento de nueve unidades, así se puede decir que **la sucesión va aumentando de 9 en 9**.

- b) Para encontrar el patrón de la sucesión: 582, 569, 556, 543 debe identificar primero que es una sucesión descendente, pues los números van disminuyendo. Luego, debe saber en cuánto va disminuyendo la sucesión cada vez.

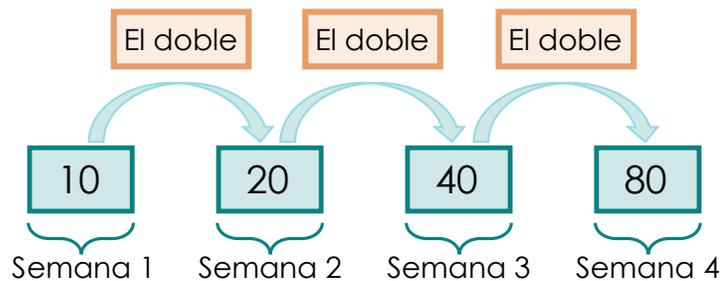
Seleccione dos números consecutivos cualesquiera, por comodidad, puede seleccionar los dos primeros 582 y 569, note que $582 - 13 = 569$. Seleccione otro par de números para verificar si se sigue un patrón. Si toma 556 y 543 se tiene que $556 - 13 = 543$. Puede ver que en ambos casos se dio un decremento de trece unidades, así se puede decir que **la sucesión va disminuyendo de 13 en 13**.

1.3.6

a) Zule está en el gimnasio y se ha propuesto duplicar los abdominales, esto significa que cada semana hace el doble de abdominales de la semana anterior:

- **Semana 1:** hizo 10 abdominales.
- **Semana 2:** hace el doble de abdominales de la semana anterior. Como la semana anterior hizo 10, ahora hace el doble de 10 ($10 \times 2 = 20$) que es 20.
- **Semana 3:** hace el doble de abdominales de la semana anterior. Como la semana anterior hizo 20, ahora hace el doble de 20 ($20 \times 2 = 40$) que es 40.
- **Semana 4:** hace el doble de abdominales de la semana anterior. Como la semana anterior hizo 40, ahora hace el doble de 40 ($40 \times 2 = 80$) que es 80.

Gráficamente, puede visualizarlo de la siguiente manera:



Así, puede concluir que Zule hizo 80 abdominales en la semana 4.

b) Paula tiene ya 1 500 colones en su poder, en la primera semana, el domingo, recibe 700 colones, por tanto, debe sumar esta cantidad a los 1 500 que ya tiene:

$$1\ 500 + 700 = 2\ 200$$

En la semana 2, recibe otros 700 colones que debe sumarlos a los 2 200 que ya tiene, pues su idea es ahorrar todo lo que recibe cada semana:

$$2\ 200 + 700 = 2\ 900$$

En la semana 3, recibe otros 700 colones que debe sumarlos a los 2 900 que ya tiene:

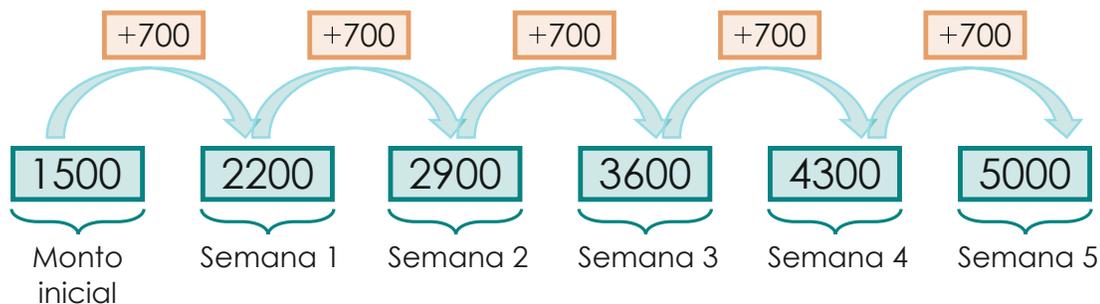
$$2\ 900 + 700 = 3\ 600$$

En la semana 4, recibe otros 700 colones que debe sumarlos a los 3 600 que ya tiene:

$$3\ 600 + 700 = 4\ 300$$

Por último, en la semana 5, recibe otros 700 colones que debe sumarlos a los 4 300 que ya tiene:

$$4\ 300 + 700 = 5\ 000$$



Por lo tanto, en la semana 5 Paula tiene ahorrados ₡5 000.

c) Analice los tiempos de duración de Julián.

- A las 8:00 a. m. Julián comienza a confeccionar el primer marcador y termina 20 minutos después, a las 8:20 a. m.



- A las 8:20 a. m. comienza a confeccionar el marcador del yigüirro y termina 20 minutos después, a las 8:40 a. m.



- A las 8:40 a. m. comienza a confeccionar el marcador del venado cola blanca y termina 20 minutos después, a las 9:00 a. m.



- A las 9:00 a. m. comienza a confeccionar el marcador de la marimba y termina 20 minutos después, a las 9:20 a. m.



- A las 9:20 a. m. comienza a confeccionar el marcador del manatí y termina 20 minutos después, a las 9:40 a. m.



- A las 9:40 a. m. comienza a confeccionar el marcador del perezoso y termina 20 minutos después, a las 10:00 a. m.



Así, a las 10:00 a. m. ya Julián terminó de confeccionar los siete marcadores.

1.3.7  Para resolver este problema, debe contar la cantidad de palillos de dientes de cada figura. Así:

- **Figura 1:** 6 palillos de dientes.
- **Figura 2:** 9 palillos de dientes.
- **Figura 3:** 12 palillos de dientes.

Para mayor comodidad, se puede resumir la información anterior en una tabla:

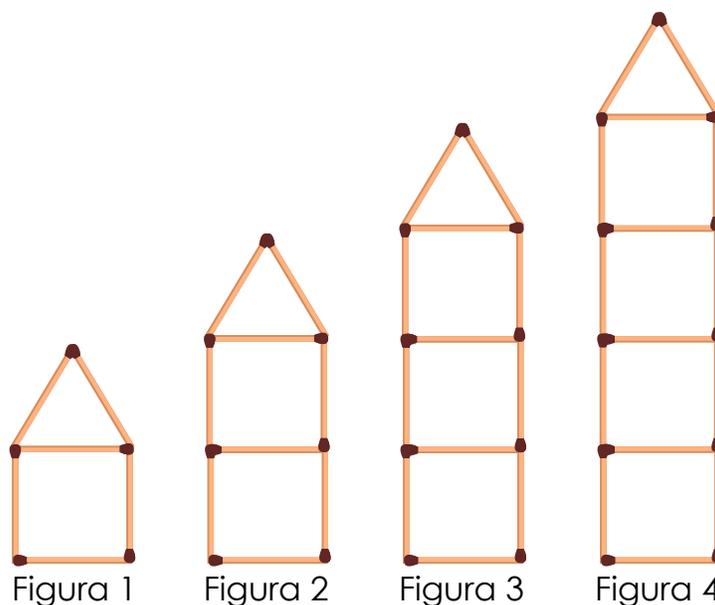
Figura	1	2	3	4
Cantidad de palillos de dientes	6	9	12	



Se puede observar que hay un aumento de tres palillos de dientes entre figura y figura. Así, la cuarta figura tendrá $12 + 3 = 15$ palillos de dientes.

Figura	1	2	3	4
Cantidad de palillos de dientes	6	9	12	15

Gráficamente, se tiene:



1.3.8 

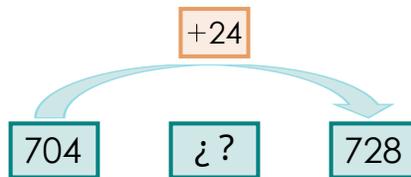
704, _____, 728, _____, 752

Esta sucesión es ascendente pues los números van aumentando, pero no se tienen dos números seguidos, entonces debe que saber cuántos números hay entre el 704 y el 728 o cuántos números hay entre el 728 y el 752. Al analizar esto, tiene:

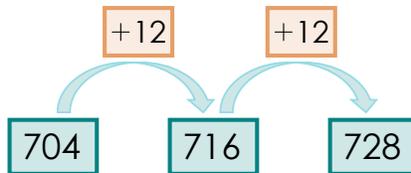
$$704 + 24 = 728$$

$$728 + 24 = 752$$

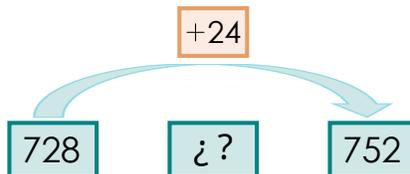
El 24, tiene que dividirlo en dos para poder encontrar el número que está en medio de ellos: $24 = 12 + 12$.



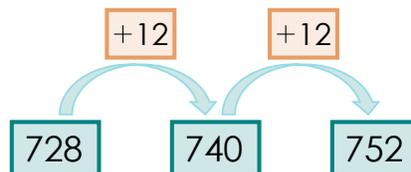
Entonces, $704 + 12 = 716$ y $716 + 12 = 728$, por tanto, el 716 es el primer número que está buscando:



De igual forma, debe buscar el segundo número faltante:



Entonces, $728 + 12 = 740$ y $740 + 12 = 752$, por tanto, el 740 es el segundo número que está buscando:



Así, la secuencia queda de la siguiente manera:

$$704, \underline{716}, 728, \underline{740}, 752$$

Soluciones del Capítulo 2

2.3.1  Observe que en la tabla se muestra el precio en colones de un ramo con doce rosas. Así, si desea comprar dos ramos el costo sería

$$2 \times \text{C}\$19\,500 = \text{C}\$39\,000.$$

Por otro lado, para obtener el precio de tres ramos de rosas, solo debe encontrar el triple de 19 500, así el costo sería:

$$3 \times \text{C}\$19\,500 = \text{C}\$58\,500.$$

Aplicando la misma lógica para el costo de comprar cuatro ramos, tiene la siguiente tabla completa:

Cantidad de ramos	Costo total (en colones)
1	19 500
2	39 000
3	58 500
4	78 000

Por otro lado, si Lucía tiene $\text{C}\$45\,000$ y quiere ver para cuántos ramos de rosas le alcanza ese dinero, lo que debe realizar es una división. Note que:

$$\begin{array}{r|l}
 45\,000 & 19\,500 \\
 - 39\,000 & \hline
 \hline
 13\,500 & 2
 \end{array}$$

Así, Lucía puede comprar dos ramos de rosas y le sobran ₡13 500.

2.3.2  Observe que se recomienda que una persona tome dos litros de agua al día. Así, para conocer la cantidad de agua en total que deben tomar tres personas, basta con multiplicar los dos litros por las tres personas, así obtiene: $2 \times 3 = 6$ litros.

Siguiendo este esquema, puede completar la tabla de la siguiente manera:

Cantidad de personas	Consumo de agua (en litros)
1	2
3	6
6	12
11	22
20	40

Se puede ver que, en general, el consumo de agua es el doble de la cantidad de personas. Así, si se tienen 32 personas, ellas tomarán: $32 \times 2 = 64$ litros de agua al día.

2.3.3  En esta sección se mostrarán las soluciones con los métodos “rápidos”, o sea, usando operaciones inversas. El estudiantado puede resolverlo probando números y sólo verificar el resultado final.

a) $456 + \star = 823$

Para encontrar el sumando que falta solo debe calcular cuánto le falta al 456 para llegar al 823. Calculando esa diferencia, tiene:

$$\begin{array}{r} 823 \\ - 456 \\ \hline 367 \end{array}$$

Así, tiene que $\star = 367$.

Puede comprobar el resultado de la siguiente manera:

$$456 + 367 = 823$$

b)  - 38 = 491

Para encontrar el minuendo (el cual corresponde al número “más grande” de esa resta) debe realizar la suma entre el 38 y el 491. Calculando esa suma, tiene:

$$\begin{array}{r} 38 \\ + 491 \\ \hline 529 \end{array}$$

Así, tiene que  = 529. Puede comprobar el resultado de la siguiente manera:

$$529 - 38 = 491$$

c) $902 = 237 +$ 

Para encontrar el sumando que falta solo debe calcular cuánto le falta al 237 para llegar al 902. Calculando esa diferencia, tiene:

$$\begin{array}{r} 902 \\ - 237 \\ \hline 665 \end{array}$$

Así, tiene que  = 665. Puede comprobar el resultado de la siguiente manera:

$$902 = 665 + 237$$

d) $593 - \blacksquare = 358$

Debe encontrar el sustraendo de esa resta, para esto debe calcular cuánto le falta a 358 para llegar a 593. Calculando esa diferencia, tiene:

$$\begin{array}{r} 593 \\ - 358 \\ \hline 235 \end{array}$$

Así, tiene que $\blacksquare = 235$. Puede comprobar el resultado de la siguiente manera:

$$593 - 235 = 358$$

2.3.4 

Con base en la información suministrada, se coloca la cantidad de bolsas que se recolectaron el primer día. Luego, para ir calculando los días siguientes, solo debe sumar 17 a la cantidad del día anterior. Así, puede obtener la siguiente tabla:

Día de la semana	Bolsas de basura recolectadas
Lunes	17
Martes	34
Miércoles	51
Jueves	68
Viernes	85
Sábado	102



Así, al final de la semana se recolectaron 102 bolsas de basura.

Además, si cada bolsa contiene 10 kilos de basura, para saber cuántos kilos de basura se recogieron se debe realizar una multiplicación:

$$\begin{array}{r}
 102 \\
 \times 10 \\
 \hline
 1020
 \end{array}$$

Así, al final de la semana se recolectaron 1 020 kilos de de basura.

2.3.5  Con base en la información suministrada, se coloca la cantidad de contenedores que se envía semanalmente. Para ir calculando la cantidad total exportada durante cada semana, solo debe sumar 22 a la cantidad de la semana anterior. Así, obtiene la siguiente tabla:

Semana	Contenedores exportados
1	22
2	44
3	66
4	88
5	110
6	132
7	154
8	176



Así, al transcurrir diez semanas, se han exportado 176 contenedores de frutas.

Por otro lado, si cada contenedor puede almacenar 16 000 frutas, en la sexta semana se habrán exportado:

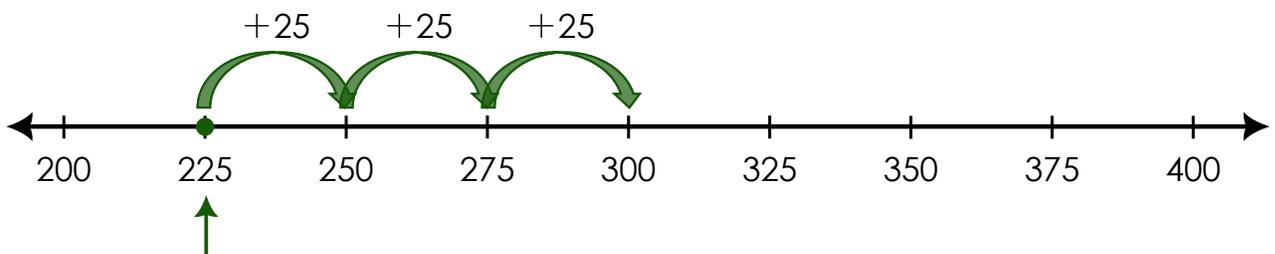
$$16\ 000 \times 132 = 2\ 112\ 000 \text{ frutas.}$$

Soluciones del Capítulo 3

3.2.1

a) $225 + 75$

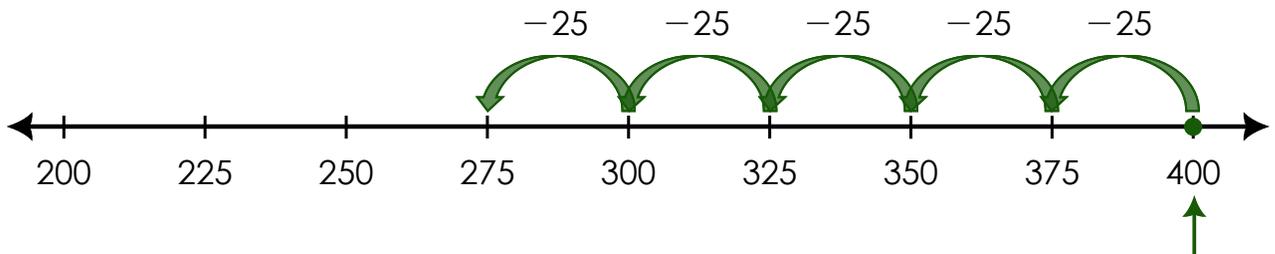
En este caso, lo primero que debe hacer es situarse en el número 225 y luego sumar 75. Como la recta numérica está dividida en espacios de 25 unidades, deben darse tres "saltos" hacia adelante para completar los 75 (pues $25 + 25 + 25 = 75$), tal y como se muestra a continuación:



Así, $225 + 75 = 300$

b) $400 - 125$

En este caso, lo primero que debe hacer es situarse en el número 400 y luego restar 125. Como la recta numérica está dividida en espacios de 25 unidades, deben darse cinco "saltos" hacia atrás para completar los 125 (pues $25 \times 5 = 125$ o bien $25 + 25 + 25 + 25 + 25 = 125$), tal y como se muestra a continuación:

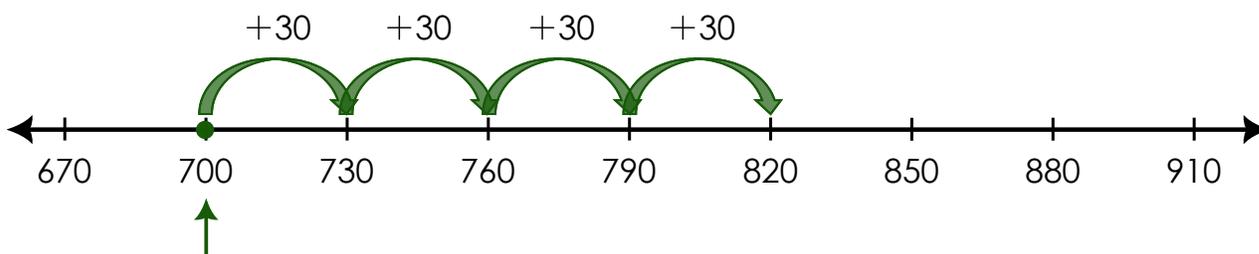


Así, $400 - 125 = 275$

3.2.2 

a) $700 + 120$

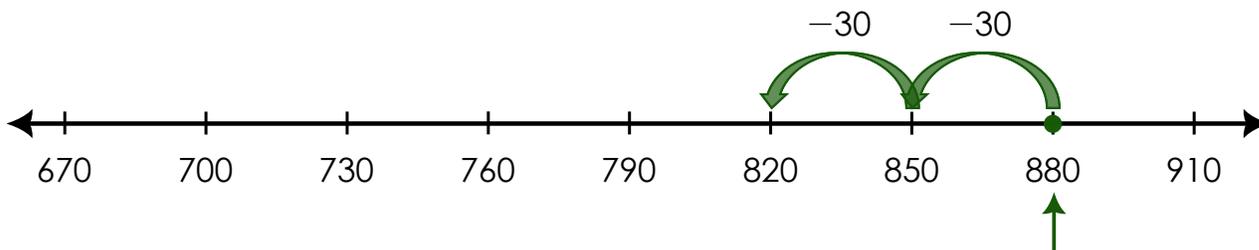
En este caso, lo primero que debe hacer es situarse en el número 700 y luego sumar 120. Como la recta numérica está dividida en espacios de 30 unidades, deben darse cuatro "saltos" hacia adelante para completar los 120 ($30 \times 4 = 120$ o bien $30 + 30 + 30 + 30 = 120$), tal y como se muestra a continuación:



Así, $700 + 120 = 820$

b) $880 - 60$

En este caso, lo primero que debe hacer es situarse en el número 880 y luego restar 60. Como la recta numérica está dividida en espacios de 30 unidades, deben darse dos "saltos" hacia atrás para completar los 60 (pues $30 + 30 = 60$), tal y como se muestra a continuación:



Así, $880 - 60 = 820$



Activando conocimientos

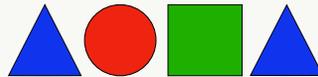
En esta sección repasará algunos conceptos importantes que debemos recordar.

5.1 Patrones

Para construir sucesiones con figuras, debe observar cuidadosamente qué se le agregó o qué se eliminó de un elemento al siguiente. Es muy importante que siempre siga un cierto orden. Analice el siguiente ejemplo.

Ejemplo 5.1

Considere la siguiente secuencia:



De continuarse el patrón, ¿qué figura sería la siguiente?

Solución: Note que la secuencia es: triángulo azul, círculo rojo y cuadrado verde y vuelve a aparecer un triángulo azul, por lo tanto, lo que debería seguir es un círculo rojo. Tal y como se muestra en la siguiente figura:



Y después, ¿qué sigue?

Puede observar que después del círculo rojo, sigue un cuadrado verde. Y así, puede continuarse ese patrón cuantas veces se quiera. Note que esta es una sucesión con figuras geométricas, pero también puede construirse con otro tipo de figuras.

Video 5.1

En este video se mostrarán más ejemplos para practicar el tema de patrones y secuencias lógicas



[Volver a la sección principal](#) 

5.2 Sucesiones

Para construir sucesiones con números, debe observar el patrón de formación, o sea, debe darse cuenta de qué sucedió entre un número y el siguiente y ver si ese comportamiento se mantiene. Primero, debe identificar si es una sucesión ascendente o descendente, para ello repase estos dos conceptos.

Definición 5.1

Sucesión ascendente: Consiste en una secuencia de números que van de menor a mayor valor. Esta secuencia puede empezar en cualquier número.

Ejemplo 5.2

Analice la siguiente sucesión:

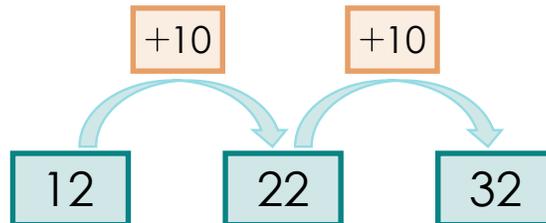
12, 22, 32, ...

¿Cuál será el cuarto y quinto término de la sucesión?

Solución: Debe fijarse que los números **van aumentando** lo cual indica que es una **sucesión ascendente**. Además, debe analizar qué está sucediendo de un número a otro. Observe:

$$12 + 10 = 22$$

$$22 + 10 = 32$$

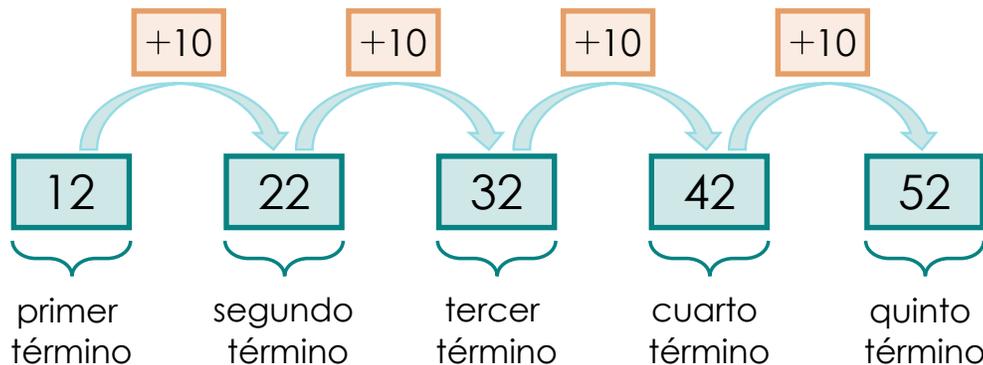


Eso indica, que **la sucesión va ascendiendo de 10 en 10**, por lo tanto, puede decirse que el número que continúa es 42, pues $32 + 10 = 42$.

Completando la sucesión tiene:

12, 22, 32, 42

Note que puede encontrar los números siguientes, siempre sumando 10 cada vez:



Definición 5.2

Sucesión descendente: Consiste en una secuencia de números que van de mayor a menor valor. Esta secuencia puede empezar en cualquier número.

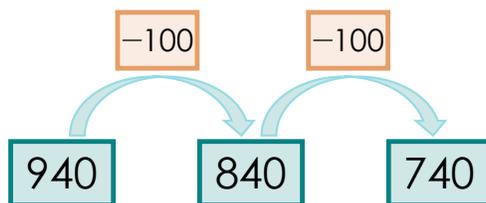
Ejemplo 5.3

Analice la siguiente sucesión 940, 840, 740, ...
 ¿Cuál será el cuarto y quinto término de la sucesión?

Solución: Debe fijarse que los números **van descendiendo** lo cual indica que es una **sucesión descendente**. Además, debe analizar qué está sucediendo de un número a otro. Observe:

$$940 - 100 = 840$$

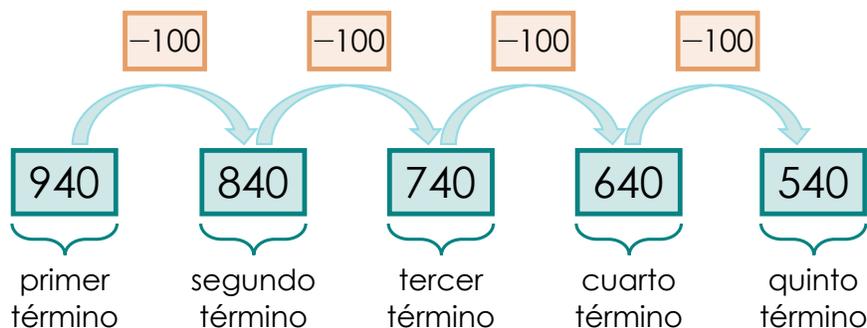
$$840 - 100 = 740$$



Eso indica, que **la sucesión va descendiendo de 100 en 100**, por lo tanto, puede decirse que el número que continúa es 640 pues $740 - 100 = 640$. Completando la sucesión tiene:

$$940, 840, 740, 640$$

Y pueden encontrarse los siguientes números restando 100 cada vez:



[Volver a la sección principal](#)

5.3 Representar números en la recta numérica

Sabías que...

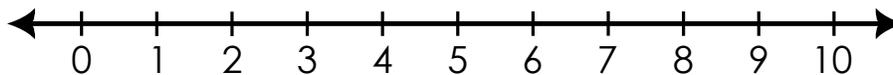


El británico John Wallis, que vivió del 1616 al 1703 fue el que comenzó con el uso de la recta numérica. Este notable matemático contribuyó con muchos otros aportes a esta ciencia.

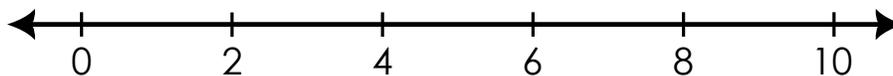
Para encontrar más información de este matemático puede consultar este [enlace](#).

La recta numérica es una línea que permite representar el orden de una secuencia de números. **Para trazarla debe dejar una distancia uniforme entre los números.**

Como ya conoce el concepto de sucesión, a continuación, se muestra un ejemplo de una recta numérica que va aumentando de uno en uno:



También puede trazar la recta numérica pero aumentando los números de dos en dos, tal y como se muestra a continuación:

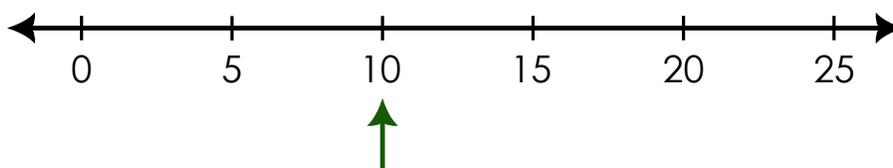
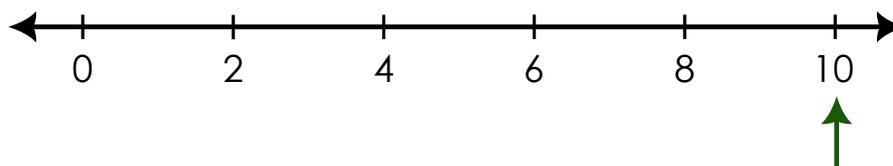
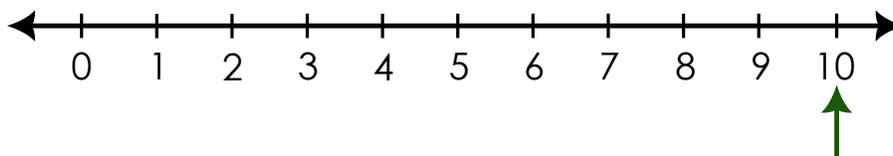


En el siguiente ejemplo, se muestra una recta numérica donde se ubican sólo los múltiplos de cinco:



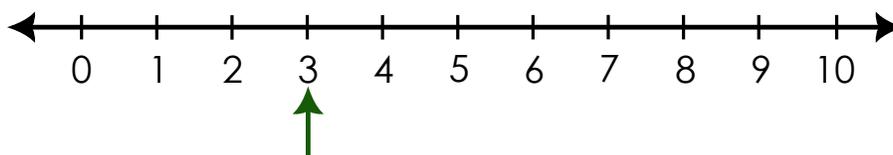
Una vez trazada la recta numérica, puede ubicar cualquier número en ella. Por ejemplo, si quiere ubicar el número diez, solamente debe fijar el punto que está asociado a

este y marcarlo. A continuación, se presenta la ubicación del número diez en las tres diferentes rectas numéricas presentadas anteriormente.

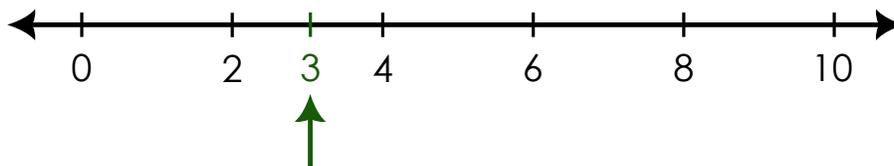


La ubicación del número diez, en las rectas numéricas anteriores, es relativamente sencillo, pues en todas ellas ya estaba marcado dicho número. Sin embargo, en ocasiones puede solicitarse algún número que no aparece de forma explícita. Por ejemplo, en cada una de las rectas numéricas anteriores, ubique el número tres.

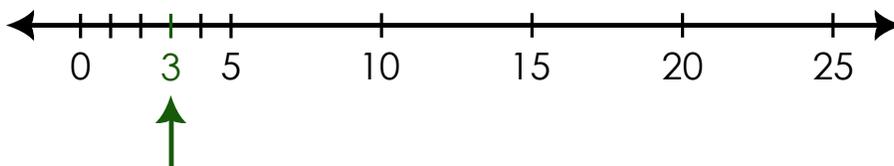
En la primera recta (la que aumenta de uno en uno) es muy sencillo, pues el número tres aparece de forma explícita, por lo que sólo debe marcarse, tal y como observa a continuación:



Sin embargo, en las otras dos rectas este número no aparece. Note en la recta numérica que va aumentando de dos en dos, para señalar el número tres debe encontrar la mitad entre los números dos y cuatro, tal y como observa a continuación:



Por otro lado, para ubicar el número tres en la recta numérica que aumenta de cinco en cinco, el proceso es un poco más laborioso. Lo recomendado es colocarse en el espacio entre el cero y el cinco. Este espacio se divide en cinco partes iguales. Luego, cuente tres espacios desde cero, esa posición corresponde a la posición del número tres. Puede observar este proceso a continuación:



Volver a la sección principal 