Problema 1

Considere los cuadrados C_n definidos como: $C_1 = 1$, $C_2 = \begin{matrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{matrix}$, $C_3 = \begin{matrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 5 & 3 & 3 & 3 & 5 \\ 5 & 3 & 1 & 3 & 5 \\ 5 & 3 & 3 & 3 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \end{matrix}$

y así sucesivamente, donde a C_n se le agrega un borde con el siguiente número impar para obtener C_{n+1}. Si denotamos por S_n la suma de todos los números presentes en C_n, determine la fórmula explícita de S_n, para $n \geq 1$.

Problema 2

En una pizarra se escriben los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10. Dos jugadores A y B juegan por turnos. Cada jugador en su turno escoge uno de los números que quedan en la pizarra y los borra, junto con todos sus múltiplos (si los hay). El jugador que borra el último número pierde. Suponga que A juega primero. Determine si alguno de los dos jugadores tiene una estrategia ganadora y si la hay, explique cuál es esa estrategia ganadora.

Nota: Un jugador tiene una estrategia ganadora si puede garantizar su victoria, sin importar como juegue su rival.

Problema 3

Encuentre el criterio explícito de una función biyectiva f del conjunto $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ en $\mathbb{N}$.
Sugerencia: observe el comportamiento de la siguiente tabla:

(m,n)	$f(m,n)$	(m,n)	$f(m,n)$	(m,n)	$f(m,n)$	(m,n)	$f(m,n)$	$\cdots$
$(0,0)$	0	$(0,1)$	1	$(0,2)$	3	$(0,3)$	6	$\cdots$
$(1,0)$	2	$(1,1)$	4	$(1,2)$	7	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$
$(2,0)$	5	$(2,1)$	8	$(2,2)$	$\vdots$			
$(3,0)$	9	$\vdots$	$\vdots$					
$\vdots$	$\vdots$							

Problema 4

Dos circunferencias se intersecan en los puntos P y Q, y la distancia entre sus centros es d. A partir de un punto A, variable sobre una de las circunferencias, se trazan las rectas AP y AQ que intersecan a la otra circunferencia en C y B respectivamente.

1. Pruebe que el radio de la circunferencia circuscrita al triángulo ABC es igual a d
2. Determine el lugar geométrico del centro de la circunferencia circunscrita al triángulo ABC cuando A recorre la primera circunferencia.