



# Hacia una propuesta didáctica para la enseñanza de Métodos Numéricos en secundaria

Geovany Sanabria

[gsanabria@itcr.ac.cr](mailto:gsanabria@itcr.ac.cr)

Escuela de Matemática

Instituto Tecnológico de Costa Rica

**Palabras claves:** didáctica, enseñanza secundaria, análisis numérico.

## 1.1 Introducción

---

Desde hace varios años, la educación secundaria ha sido seriamente criticada, ya que entre otras cosas sus métodos y contenidos son obsoletos, es decir no responde a las exigencias sociales. Particularmente la educación matemática no se escapa de esta problemática (González y Waldegg, 1989).

En nuestra sociedad, la matemática numérica adquiere cada vez más importancia. Sin duda la calidad de los cursos de análisis numérico de un país es uno de los parámetros que influye en su desarrollo científico tecnológico.

En consecuencia, hay una necesidad social de que la matemática numérica debe formar parte del currículo matemático de la enseñanza secundaria. Sobre esto, desde 1982 la UNESCO indica lo efectivo que sería que los alumnos vayan aprendiendo a través de un lenguaje programado, un buen manejo del computador, lo

cual les permitirá entender el papel y la influencia real de las computadoras en la sociedad actual:

*Los alumnos deben aprender los elementos de algún lenguaje (BASIC, por ejemplo) con el cual practican el cálculo numérico. Algunos proyectos, como el SSNCIS y el SMP, inician a los alumnos de enseñanza secundaria a los elementos de programación para computadoras, otro proyecto interesante es el de CAMP, que ha producido una serie de textos de matemática con el uso y aplicación del lenguaje BASIC para los alumnos de los últimos años de la escuela secundaria. (UNESCO, 1982, p228)*

Además, se ha establecido la importancia que tiene el desarrollo del pensamiento algorítmico en la enseñanza de la matemática. Por ejemplo Flores(1992) señala que: "En los próximos años, algunos aspectos de las matemáticas serán cada vez más importantes, tales como: cálculo mental, probabilidad,..., pensamiento algorítmico" (p21)

La matemática numérica incluye la teoría de los algoritmos numéricos, procesos interactivos, diagramas de flujo, estimación de errores, uso de operadores, programación lineal, etc. "Aunque es necesario todavía mucho trabajo experimental, es cada día mayor la tendencia a introducir, desde los primeros años, los elementos de la probabilidad y de la estadística, y también los del cálculo y matemática numérica, pues se consideran que estos temas, en sus rudimientos, forman parte esencial de la cultura de la matemática actual." (sin referencia, 1995,p103)

Sin embargo, ¿cómo se van a introducir nuevos contenidos en los programas de secundaria, cuando estos están muy saturados?. La siguiente cita responde a esta inquietud:

*Hay indicios de que, por ejemplo, unos conocimientos básicos sobre probabilidad y estadística, una introducción a la computación y a la programación, unos elementos de cálculo infinitesimal y ciertas cuestiones de matemática numérica, deben considerarse integrantes del alfabetismo matemático, sobre todo pensando en los alumnos que no seguirán los estudios universitarios. Puesto que el tiempo destinado a la matemática en la enseñanza primaria y secundaria probablemente no ha de aumentar, será necesario un reajuste importante en sus programas y tal vez resultará necesario dejar como optativos, o suprimir del todo, algunos temas que actualmente parecen importantes. (sin referencia, 1995,p107).*

Sin embargo, esperar a que cambien los programas para introducir estos temas sin investigación experimental antes, no es lo correcto. La UNESCO (1982) señala

que las calculadoras de mesa y las computadoras tienen cada vez más importancia en el aprendizaje de las matemáticas, de las simples calculadoras se ha pasado a las calculadoras de mesa electrónicas, con muchas ventajas suplementarias que permiten iniciarse en los métodos numéricos y la programación. Seguidamente se brindan algunas de las ventajas que tiene la enseñanza de la matemática numérica en secundaria.

## 1.2 Fortalecimiento de algunos de los conceptos

### matemáticos vistos en secundaria

---

Los métodos numéricos pueden ayudar a fortalecer ciertos conceptos vistos en secundaria, como los que se indican a continuación.

#### 1.2.1 Número irracional

La teoría del error puede fortalecer el concepto de número irracional, al hacer la diferencia entre el valor real y el aproximado.

**EJEMPLO 1.1** El profesor le puede solicitar al estudiante que realice el siguiente cálculo en su calculadora

$$n = \frac{\sqrt{143} - 4\pi}{\sqrt{6} - e}$$

¿El valor obtenido es el valor real? ¿Se obtiene el mismo resultado si se realizan los cálculos en una computadora? ¿Se obtiene el mismo resultado si se toma  $\pi$  como 3.14 y  $e$  como 2.71?

**EJEMPLO 1.2** Suponga que el aula de clase es rectangular, y se quiere determinar la medida de la diagonal sobre el suelo. Un alumno puede medir directamente la diagonal; otro puede obtener el ancho y largo del aula, obtenido la medida de la diagonal por medio del teorema de Pitágoras. ¿Cuál de las dos aproximaciones es mejor?

#### 1.2.2 Resolución de Ecuaciones

Los métodos numéricos de resolución de ecuaciones, brindan formas de interpretar la solución de una ecuación desde un punto de vista gráfico (métodos: punto

fijo, secante y tangente), ligando lo algebraico con lo geométrico, además permiten la resolución aproximada de una gran cantidad de ecuaciones y la introducción de problemas más apegados a la realidad.

A nivel de secundaria, se le puede enseñar al estudiante la interpretación gráfica de la solución de una ecuación de la forma  $f(x) = 0$ , como la coordenada  $X$  del punto de intersección de la gráfica de  $f$  y el eje  $X$ . Posteriormente, se pueden introducir algunos métodos de resolución de ecuaciones, desde un enfoque gráfico, haciendo uso del computador.

El lector interesado, puede utilizar los siguientes applets elaborados con fines didácticos, los cuales funcionan cuando el cero de la ecuación esta cerca del eje  $X$ .

#### Punto fijo

<http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/propuestas-didacticas-em/v8n2-dic-2007/java/puntof.html>

#### Bisección

<http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/propuestas-didacticas-em/v8n2-dic-2007/java/biseccion.html>

#### Método de Newton

<http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/propuestas-didacticas-em/v8n2-dic-2007/java/newton.html>

#### Método de la Secante

<http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/propuestas-didacticas-em/v8n2-dic-2007/java/secante.html>

### 1.2.3 La función polinomial

En análisis numérico, el resultado más importante sobre interpolación es el siguiente:

**Teorema.** Sean  $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$  números distintos y  $f$  una función definida en esos números, entonces existe un único polinomio  $P(x)$  que satisface:

$$P(x_i) = y_i, \quad \forall i = 0, 1, 2, \dots, n$$

el cual tiene a lo más grado  $n$ .

Este polinomio es denominado el polinomio interpolante de Lagrange y está dado por

$$P(x) = \sum_{k=0}^n f(x_k) L_{n,k}(x), \quad \text{donde} \quad L_{n,k}(x) = \prod_{\substack{i=0 \\ i \neq k}}^n \frac{(x - x_i)}{(x_k - x_i)}$$

Una aplicación útil de este resultado para la enseñanza secundaria es la siguiente.

**Teorema.** Sea  $f(x)$  un polinomio de grado menor o igual a  $n$ . El único polinomio de grado menor igual a  $n$  que interpola a  $f(x)$  en  $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$  es  $f(x)$ .

Este teorema se justifica por la unicidad del polinomio interpolante de Lagrange. Su importancia se debe a que permite averiguar la función polinomial que pasa por ciertos puntos, observe el ejemplo siguiente.

**EJEMPLO 1.3** Determine la ecuación de la parábola  $f(x) = ax + bx + c$ , que pasa por los puntos  $(1, 6), (-2, 3), (2, 15)$ .

Este problema usualmente se resuelve por medio de un sistema de ecuaciones. Sin embargo, dado que  $f$  es un polinomio de grado 2 y se cuenta con 3 nodos, entonces  $f$  es el polinomio de Lagrange que pasa por esos puntos:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{(x+2)(x-2)}{(1+2)(1-2)}6 + \frac{(x-1)(x-2)}{(-2-1)(-2-2)}3 + \frac{(x-1)(x+2)}{(2-1)(2+2)}15 \\ &= 2x^2 + 3x + 1 \end{aligned}$$

**EJEMPLO 1.4** Determine la ecuación de la recta que pasa por los puntos  $(1, 5), (2, 7)$ . Una manera de determinar la ecuación de la recta que pasa por dos puntos es hallando el polinomio de Lagrange que pasa por esos puntos:

$$y = \frac{(x-1)}{(2-1)}7 + \frac{(x-2)}{(1-2)}5 = 2x + 3$$

**EJEMPLO 1.5** Se le pide a un alumno que halle la estatura  $x$  y el peso  $y$  de sus compañeros de la clase, luego que calcule el polinomio interpolante  $y = P(x)$ , y por último que determine su estatura  $x_0$  y estime su peso  $\bar{y}_0 = P(x_0)$ , ¿Qué tan exacta fue esa estimación?

En general se pueden presentar problemas, en los cuales los alumnos pueden hallar los valores  $(x, y)$  de una determinada situación, por ejemplo, la estatura y peso.

#### 1.2.4 Cálculo de Áreas

El cálculo de áreas se puede extender por medio de los métodos numéricos a la resolución de integrales.

**EJEMPLO 1.6** Aproximar el valor de  $\pi$  calculando el área de medio círculo centrado en el origen. Para ello, los estudiantes pueden hallar una ecuación para los puntos  $(x, y)$  sobre la semicircunferencia, por medio del teorema de Pitágoras:  $x^2 + y^2 = 1$ , por lo tanto se puede expresar  $y$  con respecto a  $x$ :  $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ , y lo siguiente es aproximar el área utilizando la regla del Trapecio:  $\int_{-1}^1 f(x) dx$ .

En general se puede combinar la interpolación y la integración numérica para aproximar el área de cualquier región cerrada, basta dividir la región en partes, de manera que al ubicar cada parte en un sistema coordenado, su área concuerde con el área bajo una curva determinada, averiguar algunos puntos de la curva usar interpolación para aproximar la curva y aplicar integración numérica. Sin embargo, ¿qué tan buena es la aproximación?

### 1.3 Introducción de nuevos conceptos matemáticos a un nivel simple y formativo

---

Por medio de la matemática numérica se pueden introducir los conceptos de: integración, derivación y ecuación diferencial a un nivel muy elemental, sin abordar sus métodos algebraicos de resolución.

**EJEMPLO 1.7** El introducir la integral como el área bajo la curva y luego ver gráficamente la aproximación a la integral con la regla del trapecio.

**EJEMPLO 1.8** Una manera de conceptualizar la ecuación de la recta  $y = mx + b$  es como la solución del siguiente problema de valores iniciales:

$$\begin{cases} y' = m \\ y(0) = b \end{cases}$$

Note que este problema de valores iniciales, separa los dos principales elementos de la ecuación de la recta: la pendiente y la intersección con el eje Y. El estudiante puede resolver este tipo de ecuaciones diferenciales, por ejemplo:

$$\begin{cases} y' = 5 \\ y(0) = 3 \end{cases} , \quad \begin{cases} y' = 3 \\ y(2) = 4 \end{cases}$$

Se pueden introducir problemas de aplicación simples, para reforzar estos conceptos, y estimular a los estudiantes. Se esperaría que la introducción de estos conceptos en secundaria, permita un mejor rendimiento en los cursos universitarios de cálculo y ecuaciones diferenciales.

Se espera que estas notas motiven al lector a que investigue en el aula y presente propuestas que adapten ciertos tópicos del análisis numérico para su enseñanza en secundaria y así dar los primeros pasos para responder a una de las exigencias actuales para la enseñanza matemática.

## Bibliografía

---

- [1] Burden, R; Faires, J. *Análisis Numérico*. Sexta Edición, International Thomson Editores. 1998.
- [2] Castillo, T; Espeleta, V. *La Matemática: su enseñanza y Aprendizaje*. UNED. 1998.
- [3] Chevallard, Yves. "La Transposición Didáctica. Del saber sabio al saber enseñado". Aique grupo Editor S.A., Argentina. 1991.
- [4] Flores, A. "¿Qué es la educación Matemática?." Educación Matemática Vol.4 Número 2. Grupo Editorial Iberoamérica Agosto 1992.

- [5] González, M. Waldegg G. "El fracaso de la matemática moderna." Educación Matemática Vol. 1. Número 3. Grupo Editorial Iberoamericana, Abril 1989.
- [6] Mora, J. "Objetivos de la Matemática. Diseño Curricular." Consellería de Cultura, Educación e Ciencia, España, 1987. En Castillo et al (1998).
- [7] Varios. "Objetivos fundamentales de la educación en general y objetivos actuales de la enseñanza de la matemática." En Castillo et al 1998.
- [8] UNESCO. "Tendencias en métodos y medios en la enseñanza de la matemática." Revista UNESCO. En Castillo et al. 1998.